考前冲刺卷(三)

一、单项选择题(本大题共 5 道小题,每小题 3 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的.

1. 下列极限正确的是 (　　)

A. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\sin x=1$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$

C. $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x}=1$　　D. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=0$

2. 若 $F(x)$是 $f(x)$的一个原函数,C 为常数,则下列函数中仍是 $f(x)$的原函数的是 (　　)

A. $F(Cx)$　　B. $F(x+C)$

C. $CF(x)$　　D. $F(x)+C$

3. 下列方程中为一阶线性微分方程的是 (　　)

A. $yy'+y=x^2$　　B. $y'+y^2=\cos x$

C. $xy'+y=\sin x$　　D. $(y')^2-xy=1$

4. 设 $y=y(x)$是由方程 $e^y=x-y$ 所确定的隐函数,则 $y'=$ (　　)

A. e^y+1　　B. $1-e^y$　　C. $\frac{1}{e^y+1}$　　D. $\frac{1}{1-e^y}$

5. 已知函数 $f(x)$在$[-1,2]$上连续,且$\int_{-1}^{0}f(x)dx=2$,$\int_{0}^{1}f(2x)dx=1$,则$\int_{-1}^{2}f(x)dx=$ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题(本大题共 5 道小题,每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $y=\frac{2^x}{2^x+1}$的反函数为________.

7. 已知 $f(x)=\frac{x}{1+x}$,$g(x)=e^x$,则 $f[g(0)]=$________.

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}(1-x)^{\frac{1}{x}}, & x<0,\\ 2^x+k, & x\geqslant 0\end{cases}$在 $x=0$ 处连续,则 $k=$________.

9. 函数 $y=\frac{1}{x}$与直线 $x=1$,$x=3$ 及 x 轴所围成的图形的面积 $S=$________.

10. 已知函数 $z=x^2\arctan(2y)$,则全微分 $dz=$________.

三、计算题(本大题共 8 道小题,每小题 7 分,共 56 分)

11. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{1-\sqrt{1+2x}}$.

12. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-\sin x-1}{x^2}$.

13. 求曲线$\frac{x^2}{2}+y^2=3$ 在点$(2,-1)$处的切线方程.

14. 求不定积分 $\int (2x+5)\cos 3x\mathrm{d}x$.

15. 求定积分 $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x$.

16. 求曲线 $y=\frac{2x+1}{(x-1)^2}$ 的水平渐近线和垂直渐近线.

17. 求微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{2(\ln y-x)}$ 的通解.

18. 计算二重积分 $\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中区域 D 是由直线 $y=1$, $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的三角形闭区域.

四、应用题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

19. 假设某企业生产的一种产品的市场需求量 Q(件)与其价格 p(元)的关系为 $Q(p)=120-8p$,其总成本函数为 $C(Q)=100+5Q$,问:当 p 为多少时企业所获的利润最大?最大利润为多少?

五、证明题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

20. 若 $f(x)$ 在$[0,1]$上连续,证明:$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\mathrm{d}x$.

考前冲刺卷(四)

一、单项选择题(本大题共 5 道小题,每小题 3 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的.

1. 当 $x \to 0$ 时,以下函数是无穷小量的是 ( )

A. e^x　　B. $\ln(x+2)$　　C. $\sin x$　　D. $\cos x$

2. 曲线 $y=2x^3+3x^2-1$ 的拐点是 ( )

A. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

C. $(-1,0)$　　D. $(0,-1)$

3. 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x^3, & x>1,\\ x^2, & x\leqslant 1,\end{cases}$ 则 $f(x)$在 $x=1$ 处 ( )

A. 左右导数均存在　　B. 左导数存在,右导数不存在

C. 左导数不存在,右导数存在　　D. 左右导数均不存在

4. 设 $y=(x+3)^n$(n 为正整数),则 $y^{(n)}(2)=$ ( )

A. 5^n　　B. $n!$　　C. $5^n n$　　D. n

5. 设 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$连续,下面哪一个不是 $f(x)$的原函数 ( )

A. $\int_0^x f(x)\mathrm{d}x+C$　　B. $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$

C. $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t+C$　　D. $\int_0^x f(t)\mathrm{d}x$

二、填空题(本大题共 5 道小题,每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $f(x)=\sqrt{\frac{x}{3}-1}$的定义域为________.

7. 曲线 $y=\frac{1}{x}+2\ln x$ 在点$(1,1)$处的切线方程为________.

8. 若$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=1$,$\int_a^b[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=8$,则$\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=$________.

9. $y=3(1-2x)^3$ 的导数$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$________.

10. 已知函数 $f(x,y)$在 $\mathbf{R}^2$ 上连续,设 $I=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x}}f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^2\mathrm{d}x\int_0^{2-x}f(x,y)\mathrm{d}y$,则交换积分顺序后 $I=$________.

三、计算题(本大题共 8 道小题,每小题 7 分,共 56 分)

11. 已知 $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\ln(1+ax)}, & x\neq 0,\\ 2, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,求 a 的值.

12. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$.

13. 已知函数 $y=f(x)$由方程 $e^y+3xy^2=2$ 确定,求 y'.

14. 求不定积分 $\int \cos(3x+4)\mathrm{d}x$.

15. 求定积分 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x$.

16. 已知函数 $z=x\sin\frac{y}{x}$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

17. 求微分方程 $y'+y=\mathrm{e}^x+x$ 的通解.

18. 求 $\iint\limits_D y\mathrm{e}^{xy}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是由 $xy=1$，$x=2$，$y=1$ 所围成的区域.

四、应用题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

19. 设曲线 $y=x-x^2$ 与 x 轴所围成的封闭图形为 D,求 D 的面积.

五、证明题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

20. 证明不等式:$x>0$ 时,$1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})>\sqrt{1+x^2}$.

考前冲刺卷(五)

一、单项选择题(本大题共5道小题,每小题3分,共15分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的.

1. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义,下列函数中必为奇函数的是 ( )

A. $y=-|f(x)|$　　B. $y=x^3f(x^4)$

C. $y=-f(-x)$　　D. $y=f(x)+f(-x)$

2. 当 $x\to 0$ 时,$\frac{1}{4}(\cos 3x-\cos x)$ 是 x^2 的 ( )

A. 高阶无穷小　　B. 同阶无穷小,但不是等价无穷小

C. 低阶无穷小　　D. 等价无穷小

3. 设函数 $f(x)=\int_{2x}^{1}t^2\sin t\,\mathrm{d}t$,则 $f'(x)$ 等于 ( )

A. $4x^2\sin 2x$　　B. $8x^2\sin 2x$

C. $-4x^2\sin 2x$　　D. $-8x^2\sin 2x$

4. 函数 $z=\ln\frac{y}{x}$ 在点 $(2,2)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z$ 为 ( )

A. $-\frac{1}{2}\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\mathrm{d}y$　　B. $\frac{1}{2}\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\mathrm{d}y$

C. $\frac{1}{2}\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\mathrm{d}y$　　D. $-\frac{1}{2}\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\mathrm{d}y$

5. 设平面区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$,$D_1=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1,x\geqslant 0,y\geqslant 0\}$,则下列等式一定成立的是 ( )

A. $\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=4\iint\limits_{D_1}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

B. $\iint\limits_{D}xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=4\iint\limits_{D_1}xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

C. $\iint\limits_{D}f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=4\iint\limits_{D_1}f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

D. $\iint\limits_{D}x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=4\iint\limits_{D_1}x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

二、填空题(本大题共5道小题,每小题3分,共15分)

6. 设函数 $f(x)=\sin x$,$g(x)=2+x^2$,则复合函数 $g[f(x)]=$________.

7. 设函数 $f(x)=\frac{x^2-1}{|x|(x-1)}$,则其第一类间断点为________.

8. $\int_{-1}^{1}\frac{1+x^5\cos x^3}{1+x^2}\mathrm{d}x=$________.

9. 已知 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在 $x=1$ 处取得极小值 -2,则 $a=$________,$b=$________.

10. 由曲线 $y=\mathrm{e}^x$、直线 $y=\mathrm{e}x$ 和 y 轴所围成的图形的面积为________.

三、计算题(本大题共8道小题,每小题7分,共56分)

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{3x^2}$.

12. 确定常数 a,b 的值,使函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{x+a}{x^2+1}, & x<0,\\ b, & x=0,\\ \left(1+\frac{2}{x}\right)^x, & x>0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续.

13. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\tan x}{x^2(e^x-1)}$.

14. 已知 $\ln(1+x^2)$是函数 $f(x)$的一个原函数,求$\int xf'(x)\mathrm{d}x$.

15. 求定积分$\int_0^1 xe^x\mathrm{d}x$.

16. 求微分方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=-xy$ 满足初始条件 $y(0)=1$ 的特解.

17. 设 $z=u^2\ln v,u=\dfrac{x}{y},v=3x-2y$,求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

18. 计算 $I=\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^1 e^{-y^2}\mathrm{d}y$ 的值.

四、应用题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

19. 一工厂加工某种产品,固定成本 1 万元,每多生产一百件产品,成本增加 2 万元,总收入 R(单位:万元)是产量 Q(单位:百件)的函数,设需求函数为 $Q=12-2P$.

(1)求利润函数;

(2)产量为何值时,利润最大? 最大利润是多少?

(3)当价格 $P=3$ 时的需求弹性,解释所得结果的经济含义.

五、证明题(本大题共 1 道小题,每小题 7 分,共 7 分)

20. 若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,在 $(0,1)$ 内可导,$f(0)=0$,证明:存在 $\xi\in(0,1)$,使得 $\xi f'(\xi)+f(\xi)=f'(\xi)$.