

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 胡志平
责任编辑 胡思佳 柳卫清
封面设计 碧君

河北省普通高等学校对口招生考试数学考前冲刺模拟卷

主编 程长胜 杨立芬



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-29019-9



定价:39.80元

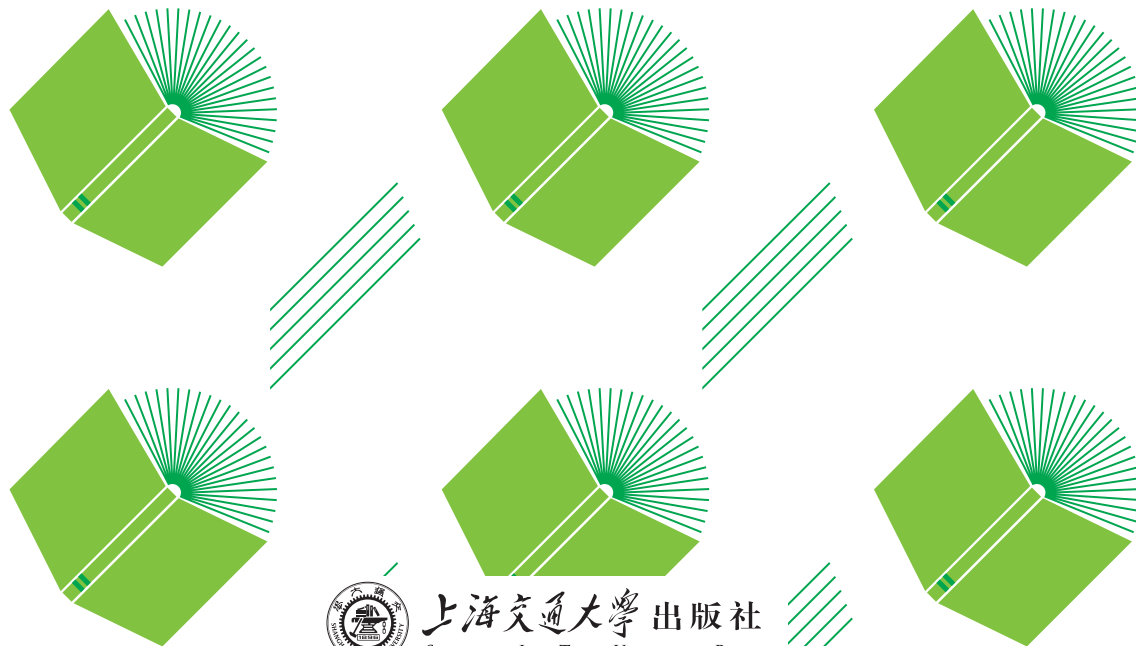
河北省普通高等学校对口招生考试

数 学

考前冲刺模拟卷

赠册 参考答案及解析

主编 程长胜 杨立芬



前 言

为了帮助参加河北省普通高等学校对口招生考试的考生系统、全面、准确、高效地复习备考,我们特组织具有丰富教研经验的教研员深入研究近几年河北省普通高等学校对口招生考试真题的命题情况,紧密结合考生的实际学习特点,精心编写了适用于河北省普通高等学校对口招生考试的复习用书。

本书依据《河北省普通高等学校对口招生考试大纲(文化课)》,并参照近几年河北省普通高等学校对口招生考试数学科目的真题题型及难度进行编写,内容包括 13 套考前冲刺模拟卷和 5 套真题卷。全书知识点覆盖全面,难易度设置合理,将基础知识考查与解题能力训练相结合,能够帮助考生把握重点,找准方向,科学备考,高效学习。考生可以利用本套试卷模拟考试情境,更好地把握考情,强化对基础知识的理解与运用,学习必备的应试技巧,切实提高应试能力。本书内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

在本书编写过程中,我们广泛征求了一线教师的意见,秉承高效、实用的理念打造精品。我们相信,凝聚着众多名师智慧的书籍定能成为考生通向成功彼岸的金桥,帮助考生到达理想的殿堂!

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正。

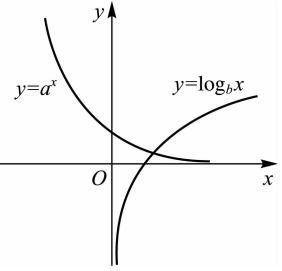
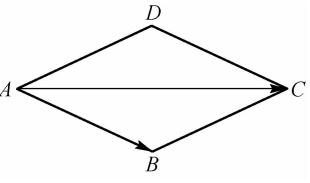
编 者

目 录

数学考前冲刺模拟卷(一)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(二)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(三)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(四)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(五)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(六)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(七)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(八)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(九)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(十)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(十一)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(十二)	共 8 页
数学考前冲刺模拟卷(十三)	共 8 页
2018 年河北省普通高等学校对口招生考试数学试卷	共 8 页
2019 年河北省普通高等学校对口招生考试数学试卷	共 8 页
2020 年河北省普通高等学校对口招生考试数学试卷	共 8 页
2021 年河北省普通高等学校对口招生考试数学试卷	共 8 页
2022 年河北省普通高等学校对口招生考试数学试卷	共 8 页

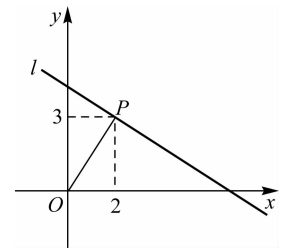
数学考前冲刺模拟卷(一)

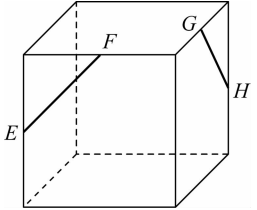
一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 3 分,共 45 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

- 若集合 $M = \{x | x \leq 0\}$, $N = \{x | x < 1\}$, 则集合 M 与 N 的关系是 ()
 A. $M = N$ B. $N \subseteq M$ C. $M \subseteq N$ D. $N \in M$
 - 若实数 a, b 满足 $ab > 0, a + b > 0$, 则下列选项正确的是 ()
 A. $a > 0, b > 0$ B. $a > 0, b < 0$
 C. $a < 0, b > 0$ D. $a < 0, b < 0$
 - 对于任意角 α, β , “ $\alpha = \beta$ ”是“ $\sin \alpha = \sin \beta$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
 - 已知指数函数 $y = a^x$, 对数函数 $y = \log_b x$ 的图像如图所示, 则下列关系式正确的是 ()
 A. $0 < a < b < 1$
 B. $0 < a < 1 < b$
 C. $0 < b < 1 < a$
 D. $a < 0 < 1 < b$
- 
- 为了得到函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{5}) (x \in \mathbf{R})$ 的图像, 只需把函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{5}) (x \in \mathbf{R})$ 的图像 ()
 A. 向左平移 $\frac{2\pi}{5}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{2\pi}{5}$ 个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位
 - 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项和为 70, 则 $a_1 + a_7$ 等于 ()
 A. 5 B. 10 C. 15 D. 20
 - 如图所示, 已知菱形 $ABCD$ 的边长是 2, 且 $\angle DAB = 60^\circ$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值是 ()
 A. 4 B. $4 + 2\sqrt{3}$
 C. 6 D. $4 - 2\sqrt{3}$
- 

8. 如图所示, 直线 $l \perp OP$, 则直线 l 的方程是 ()

- $3x - 2y = 0$
- $3x + 2y - 12 = 0$
- $2x - 3y + 5 = 0$
- $2x + 3y - 13 = 0$



- 在 $(1+x)^n$ 的二项展开式中, 若所有项的系数之和为 64, 则第三项是 ()
 A. $15x^3$ B. $20x^3$
 C. $15x^2$ D. $20x^2$
 - 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, AB = 3, BC = 4, M$ 是线段 AC 上的动点. 设点 M 到 BC 的距离为 $x, \triangle MBC$ 的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数是 ()
 A. $y = 4x, x \in (0, 4]$ B. $y = 2x, x \in (0, 3]$
 C. $y = 4x, x \in (0, +\infty)$ D. $y = 2x, x \in (0, +\infty)$
 - 5 位同学报名参加两个课外活动小组, 每位同学限报其中的一个小组, 则不同的报名方法共有 ()
 A. 10 种 B. 20 种
 C. 25 种 D. 32 种
 - 已知 $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是减函数, 若 $f(|a| + 1) < f(2)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 - 已知 O 为坐标原点, 点 M 在 x 轴的正半轴上, 若直线 MA 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 相切于点 A , 且 $|AO| = |AM|$, 则点 M 的横坐标是 ()
 A. 2 B. $\sqrt{2}$
 C. $2\sqrt{2}$ D. 4
 - 如图所示, 点 E, F, G, H 分别是正方体四条棱的中点, 则直线 EF 与 GH 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 相交
 C. 异面 D. 重合
 - 已知抛物线的顶点在坐标原点, 对称轴为坐标轴, 若该抛物线经过点 $M(-2, 4)$, 则其标准方程是 ()
 A. $y^2 = -8x$ B. $y^2 = -8x$ 或 $x^2 = y$
 C. $x^2 = y$ D. $y^2 = 8x$ 或 $x^2 = -y$
- 

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

16. 若 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x > 0, \\ 1-x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(-1)]$ 的值为_____.

17. 计算: $(\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}} - \cos \pi - \log_2(4^{\frac{1}{3}}) + C_9^7 =$ _____.

18. 已知函数 $f(x) = x^3 + x$, 若 $f(a) = 2$, 则 $f(-a)$ 的值是_____.

19. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha$ 的值是_____.

20. 箱子中放有 6 张黑色卡片和 4 张白色卡片, 从中任取一张, 恰好取得黑色卡片的概率是_____.

21. 若向量 $\mathbf{a} = (2, m)$, $\mathbf{b} = (m, 8)$, 且 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = 180^\circ$, 则实数 m 的值是_____.

22. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对应的边分别为 a, b, c , 若 $a = b = 2, \angle B = 30^\circ$, 则 $c =$ _____.

23. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 公比 $q = 2$, 若 $a_n = 64$, 则 $n =$ _____.

24. 若 $a = 3^{0.5}, b = \log_3 0.5, c = \log_3 2$, 则 a, b, c 按从大到小的顺序排列为_____.

25. 函数 $f(x) = -x^2 + 1$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最小值为_____.

26. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 且 α 是第二象限角, 则 $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$ _____.

27. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的实轴长为_____.

28. 若不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $(2, 3)$, 则 $a + b$ 的值为_____.

29. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 A_1C 与 BD 的夹角大小为_____.

30. 现把甲、乙等 6 位同学排成一排, 若甲同学不能排在前两位, 且乙同学必须排在甲同学前面(相邻或不相邻均可), 则不同排法的种数是_____.

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 45 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

31. (5 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 12 \leq 0\}$, $B = \{x | |x + a| < 1\}$, 且 $A \supseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

32. (6 分) 某超市茶叶专柜经销一种绿茶, 每千克成本为 50 元, 经市场调查发现, 在一段时间内, 每天的销售量 y (千克) 是销售单价 x (元/千克) 的一元一次函数, 具体变化如下表:

x (元/千克)	60	70	80	90
y (千克)	120	100	80	60

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 设这种绿茶在这段时间之内的销售利润为 W (元), 那么该绿茶每千克定价为多少时, 获得最大利润? 最大利润为多少元?

33. (6 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_5 - a_3 = 4$.

(1) 求 a_{10} ;

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 问 S_4, S_8, S_{16} 是否成等比数列? 请说明理由.

34. (6分) 已知函数 $f(x) = 2\cos x(\cos x + \sin x) - 1$, 求:

(1) 函数的最小正周期;

(2) 函数的单调递增区间.

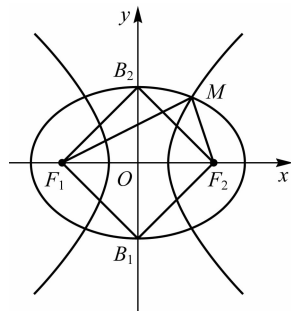
35. (7分) 已知三棱锥 $S-ABC$, 平面 $SAC \perp$ 平面 ABC , 且 $SA \perp AC, AB \perp BC$.

(1) 求证: $BC \perp$ 平面 SAB ;

(2) 若 $SB=2$, SB 与平面 ABC 所成角是 30° , 求点 S 到平面 ABC 的距离.

36. (8分) 如图所示, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别是 F_1, F_2 , 短轴的两个端点分

别是 B_1, B_2 , 四边形 $F_1B_1F_2B_2$ 为正方形, 且椭圆经过点 $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$.



(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 与椭圆有公共焦点的双曲线, 其离心率 $e = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 且与椭圆在第一象限交于点 M , 求线段 MF_1, MF_2 的长度.

37. (7分) 某班拟组织部分学生参观爱国主义教育基地. 已知该班第一小组有 5 名男生与 3 名女生, 从中任意选取 3 名学生去参观.

(1) 用 ξ 表示选取的 3 人中女生的人数, 求 ξ 的概率分布;

(2) 求选取的 3 人中, 女生人数多于男生人数的概率.

数学考前冲刺模拟卷(二)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 3 分,共 45 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. 下列集合中,表示空集的是 ()
 A. $\{(x, y) \mid |x| + y^2 = 0\}$ B. $\{x \mid x^2 + 2x + 1 = 0\}$
 C. $\{x \mid 2^x \leq 0\}$ D. $\{x \mid \sin x = 1\}$
2. 若 a, b 是任意实数,且 $a < b$, 则 ()
 A. $a^2 < b^2$ B. $\frac{b}{a} > 1$
 C. $\ln a < \ln b$ D. $e^{-a} > e^{-b}$
3. 已知集合 A, B , 则“ $A \subseteq B$ ”是“ $A = B$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列函数中,既是偶函数,又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()
 A. $y = 2x$ B. $y = \cos x$
 C. $y = x^2 + 3$ D. $y = -x^2$
5. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$, 那么 $\angle B =$ ()
 A. 90° B. 60°
 C. 45° D. 30°
6. 圆 $(x-4)^2 + y^2 = 4y$ 与直线 $4y = 3x + 1$ 的位置关系是 ()
 A. 相交 B. 相切
 C. 相离 D. 不能判断
7. 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中,首项 $a_1 = 3$,前三项的和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ()
 A. 33 B. 72
 C. 84 D. 189
8. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx - 2$, $f(2022) = 3$, 则 $f(-2022) =$ ()
 A. -7 B. -5
 C. -3 D. -1

9. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

10. 设向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$ 与 $\mathbf{b} = (x, 3)$ 平行, 则 $x =$ ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$
 C. -6 D. 6

11. 方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

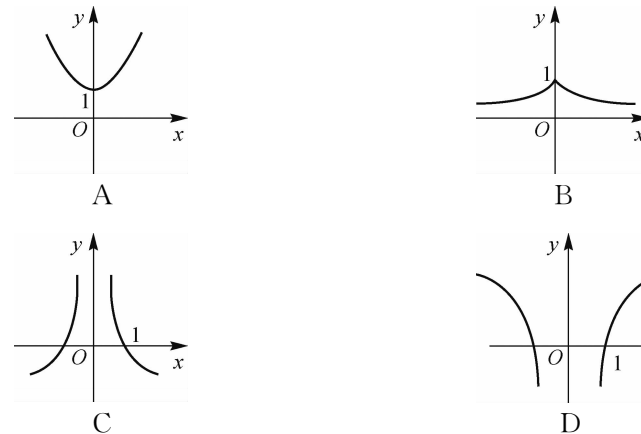
12. 已知 α 表示平面, l, m, n 表示直线, 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $l \perp n, m \perp n$, 则 $l \parallel m$ B. 若 $l \perp n, m \perp n$, 则 $l \perp m$
 C. 若 $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha$, 则 $l \parallel m$ D. 若 $l \perp \alpha, m \parallel \alpha$, 则 $l \perp m$

13. 袋子中装有 4 个红球、3 个黄球和 2 个黑球, 从中任取 2 个球, 则取到 2 个不同颜色球的取法种数为 ()

- A. 9 种 B. 24 种
 C. 26 种 D. 29 种

14. 设 $a > 1$, 则函数 $y = a^{|x|}$ 的图像大致是 ()



15. 设 O 为坐标原点, 抛物线 $y^2 = 4x$ 与过焦点的直线交于 A, B 两点, 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$
 C. -3 D. 3

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

16. 函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \in (-\infty, 0], \\ x^2, & x \in (0, +\infty), \end{cases}$ $g(x) = \sin x$, 则 $f[g(0)] =$ _____.

17. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \lg(x+1)$ 的定义域为 _____.

18. 计算: $(2\ 023)^0 - \sin \pi - \log_3(27^{\frac{1}{3}}) + C_2^{2\ 023} =$ _____.

19. 不等式 $(\frac{1}{2})^{x^2-4x-14} > 4$ 的解集为 _____.

20. 已知 $\tan \alpha = 3$, 则 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ 的值是 _____.

21. 经过两条直线 $2x - y + 3 = 0$ 和 $4x + 3y + 1 = 0$ 的交点且垂直于直线 $2x - 3y + 4 = 0$ 的直线方程为 _____.

22. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为 _____.

23. 在 $(\frac{2}{x} + x)^6$ 的展开式中, 常数项是 _____.(用数字作答)

24. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, x)$, $\mathbf{b} = (3, 4)$, 且 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为锐角, 则 x 的取值范围是 _____.

25. 已知 $a = \sin \frac{4\pi}{9}$, $b = \cos \frac{4\pi}{9}$, $c = \tan \frac{4\pi}{9}$, 则 a, b, c 从小到大的顺序为 _____.

26. 从 5 名男医生、4 名女医生中任选 5 人组成一个医疗小分队, 要求其中男医生、女医生均不少于 2 人, 则所有不同的组队方案种数是 _____.

27. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a , $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = b$, 则 $PC =$ _____.

28. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n^2 + m - 1$, 则 $a_1 =$ _____.

29. 若 $\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}} 4 = 0$, 则实数 x 的值是 _____.

30. 若连续两次抛掷骰子得到的点数分别为 m, n , 则 $m + n = 6$ 的概率为 _____.

三、解答题(本大题共 7 小题,共 45 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

31. (5 分) 已知集合 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.

32. (6 分) 有一牧场计划用 100 m 的篱笆围成一块矩形花坛, 问怎样选择矩形的长和宽才能使花坛的面积最大?

33. (6 分) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 = 7, a_7 = 15$.

(1) 求 a_5 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

34. (6分) 已知函数 $f(x) = 6\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期 T ;

(2) 求 $f(x)$ 的最大值, 并求出自变量 x 相应的取值集合.

35. (7分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

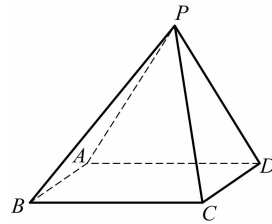
(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设过原点 O 的直线与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 若 $\triangle PQF$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求 $\triangle PQF$ 的周长.

36. (8分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形, $\triangle PAD$ 是正三角形, $PA \perp AB$.

(1)求证:平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2)若 $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$,求直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的大小.



37. (7分)端午节吃粽子是我国的传统习俗.设一盘中装有6个粽子,其中肉粽1个,蛋黄粽2个,豆沙粽3个,这三种粽子的外观完全相同,从中任意选取2个.

(1)用 ξ 表示取到的豆沙粽的个数,求 ξ 的概率分布;

(2)求选取的2个中至少有1个豆沙粽的概率.

数学考前冲刺模拟卷(三)

一、选择题(本大题共 15 小题,每小题 3 分,共 45 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. 已知全集 $U=\{1,2\}$,集合 $M=\{1\}$,则 $\complement_U M$ 等于 ()
 - A. \emptyset
 - B. $\{1\}$
 - C. $\{2\}$
 - D. $\{1,2\}$
2. 若 a, b, c 均为实数,且 $a < b < 0$,则下列不等式成立的是 ()
 - A. $a+c < b+c$
 - B. $ac < bc$
 - C. $a^2 < b^2$
 - D. $\sqrt{-a} < \sqrt{-b}$
3. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$,则“ $a > b$ ”是“ $2^a > 2^b$ ”的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
4. 下列各组函数中,表示同一函数的是 ()
 - A. $f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0$
 - B. $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$
 - C. $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt[3]{x^3}$
 - D. $f(x)=\sqrt{x-1} \times \sqrt{x+1}$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2-1}$
5. 下列函数中,在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 ()
 - A. $y=x$
 - B. $y=1$
 - C. $y=\frac{1}{x}$
 - D. $y=|x|$
6. 已知二次函数 $f(x)$ 的图像经过两点 $(0, 3), (2, 3)$,且最大值是 5,则该函数的解析式是 ()
 - A. $f(x)=2x^2-8x+11$
 - B. $f(x)=-2x^2+8x-1$
 - C. $f(x)=2x^2-4x+3$
 - D. $f(x)=-2x^2+4x+3$
7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=-5, a_3$ 是 4 与 49 的等比中项,且 $a_3 < 0$,则 a_5 等于 ()
 - A. -18
 - B. -23
 - C. -24
 - D. -32
8. 已知 $A(3, 0), B(2, 1)$,则向量 \overrightarrow{AB} 的单位向量的坐标是 ()
 - A. $(1, -1)$
 - B. $(-1, 1)$
 - C. $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
 - D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

9. 已知抛物线 $x^2=ay(a \neq 0)$ 的焦点为 F ,准线为 l ,该抛物线上的点 M 到 x 轴的距离为 5,且 $|MF|=7$,则焦点 F 到准线 l 的距离是 ()
 - A. 2
 - B. 3
 - C. 4
 - D. 5
10. 函数 $y=\cos^2 x-4\cos x+1$ 的最小值是 ()
 - A. -3
 - B. -2
 - C. 5
 - D. 6
11. 下列说法正确的是 ()
 - A. 经过三点有且只有一个平面
 - B. 经过两条直线有且只有一个平面
 - C. 经过平面外一点有且只有一个平面与已知平面垂直
 - D. 经过平面外一点有且只有一条直线与已知平面垂直
12. 文艺演出中要求语言类节目不能相邻,现有 4 个歌舞类节目和 2 个语言类节目,若从中任意选出 4 个排成节目单,则能排出不同节目单的数量最多是 ()
 - A. 72
 - B. 120
 - C. 144
 - D. 288
13. 函数 $f(x)=2^{kx}, g(x)=\log_3 x$,若 $f(-1)=g(9)$,则实数 k 的值是 ()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. -1
 - D. -2
14. 如果 $|a|=3, b=-2a$,那么 $a \cdot b$ 等于 ()
 - A. -18
 - B. -6
 - C. 0
 - D. 18
15. 已知角 α 的终边落在直线 $y=-3x$ 上,则 $\cos(\pi+2\alpha)$ 的值是 ()
 - A. $\frac{3}{5}$
 - B. $\frac{4}{5}$
 - C. $\pm \frac{3}{5}$
 - D. $\pm \frac{4}{5}$

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x>0, \\ -5, & x\leq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(0)]$ 的值等于_____.
17. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{|x|-2}}$ 的定义域是_____.

18. $27^{\frac{1}{3}} + (\pi - 1)^0 + 3^{\log_3 2} + C_{2023}^0 =$ _____.

19. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.

20. $\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{6}{5}, \dots$ 的一个通项公式为_____.

21. 已知椭圆 C 的中心在坐标原点, 一个焦点的坐标是 $(0, 3)$, 若点 $(4, 0)$ 在椭圆 C 上, 则椭圆 C 的离心率等于_____.

22. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=2, b=3, \angle B=2\angle A$, 则 $\cos A=$ _____.

23. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ 的两个焦点, 过 F_1 的直线交椭圆于 P, Q 两点, 则 $\triangle PQF_2$ 的周长等于_____.

24. 用 “ $<$ ” 把 $\log_2 3, \log_2 1$ 和 $\log_{0.2} 2$ 连接起来是_____.

25. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 $D_1 - AB - D$ 的大小是_____.

26. 设 $(1+x)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ _____.

27. 不等式 $1 + \lg|x| < 0$ 的解集是_____.

28. 计算 $\frac{\sqrt{3} - \tan 15^\circ}{1 + \sqrt{3}\tan 15^\circ} =$ _____.

29. 已知直线 l 经过点 $A(1, 2)$, 且它的倾斜角等于直线 $y = \sqrt{3}x + 3$ 的倾斜角的 2 倍, 则直线 l 的方程为_____.

30. 某博物馆需要志愿者协助工作, 若从 6 名志愿者中任选出 3 名, 则其中甲、乙两名志愿者恰好同时被选中的概率是_____.

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 45 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

31. (5 分) 已知 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}, B = \{x | x^2 + cx + 15 = 0\}, A \cup B = \{3, 5\}, A \cap B = \{3\}$, 求实数 a, b, c 的值.

32. (6 分) 某果园有 100 棵橙子树, 平均每棵树结 600 个橙子, 现准备多种一些橙子树以提高果园产量. 但是如果多种树, 那么树之间的距离和每一棵树所接受的阳光就会减少. 根据经验估计, 每多种一棵树, 平均每棵树就会少结 5 个橙子. 假设果园多种了 x 棵橙子树.

- (1) 直接写出平均每棵树结的橙子个数 y (个) 与 x 之间的关系;
- (2) 果园多种多少棵橙子树时, 可使橙子的总产量最大? 最大为多少个?

33. (6 分) 已知函数 $y = 3\left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{6}\right)$.

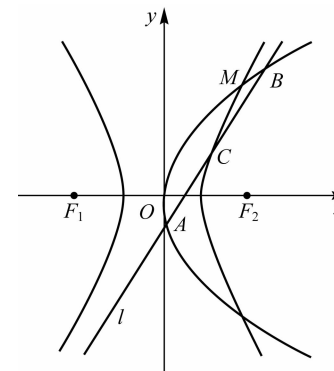
- (1) 求该函数的最小正周期;
- (2) 求该函数的单调递减区间.

34. (6分) 已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = \frac{1}{4}$, $a_5 = \frac{1}{32}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + n$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

35. (8分) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点与点 F_2 重合, 点 $M(2, 2\sqrt{6})$ 是抛物线与双曲线的一个交点, 如图所示.

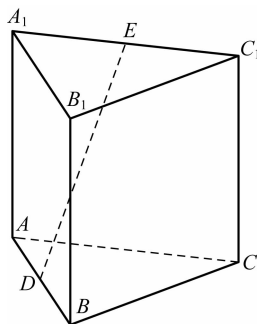


(1) 求双曲线及抛物线的标准方程;

(2) 设直线 l 与双曲线的过一、三象限的渐近线平行, 且交抛物线于 A, B 两点, 交双曲线于点 C , 若点 C 是线段 AB 的中点, 求直线 l 的方程.

36. (7分) 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等, D, E 分别是 AB, A_1C_1 的中点, 如图所示.

- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;
 (2) 求 DE 与平面 ABC 所成角的正切值.



37. (7分) 一厂家向用户提供的一箱产品共 10 件, 其中有 2 件次品, 用户先对产品进行抽检以决定是否接收. 抽检规则是这样的: 一次取一件产品检查 (取出的产品不放回箱子), 若前三次没有抽查到次品, 则用户接收这箱产品; 若前三次中一抽查到次品就立即停止抽检, 并且拒绝接收这箱产品.

- (1) 求这箱产品被用户接收的概率;
 (2) 记抽检的产品件数为 ξ , 求 ξ 的概率分布.