

华腾新思[®]

职教高考数学专项突破

华腾新思职教高考研究中心 编

职教高考
数学
专项突破

ISBN 978-7-5131-8300-0



9 787513 183000 >

定价: 48.00元

开明出版社

职教高考
数学

专项突破

适用于对口升学考试、春季高考、三校生考试等

华腾新思职教高考研究中心 编

开明出版社



Preface

前言



经过多年的探索与实践,高职院校单独招生考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加高职院校单独招生考试的考生面临着很大的挑战,多数考生为如何能在短期内熟悉考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而倍受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出,考入自己理想的学府。

为了帮助广大考生在较短时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所学校的一线任课教师及教研员,以课程标准、教学大纲及最新考试说明为依据,深入研究近几年高职院校单独招生考试试卷的命题情况,紧密结合中职学生的学习特点,精心编写了这套高职院校单独招生考试用书,供广大考生在复习备考时使用。

数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和知识储备的重要参考资料。

本书是为参加高职院校单独招生考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、试题难度的设计等均参考了历年考试真题和最新考试说明,体现出考试特色,技能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

全书分专题对相关知识进行详细讲解,各专题紧密结合考试情况和学生的复习备考情况,直击考试的重点与难点,合理规划复习进程。每一专题下,设置了“考点精讲”“专项练习”两大栏目,全方位辅助备考,循序渐进,逐步提升学生的解题能力和核心素养。“考点精讲”栏目针对考试中的热门考点进行了强化讲解,设置了典型例题,进行针对性的训练,详细讲解答题思路,帮助学生在掌握知识的基础上突破误区,精准备考。“专项练习”栏目设置丰富的练习题,试题难度、题型与真题高度相近,专项刷题巩固知识。最后设置了全真模拟卷,逼真模拟考试情境,供学生阶段检测使用。

本书所配参考答案及解析详细、独到,由点及面,不仅方便学生核对正误,而且帮助他们校正解题思路、总结解题方法。此外,本书配套内容丰富的微课、教学资料包及在线练习题,方便教师教学及学生巩固学习使用。

丛书编写过程中,我们广泛征求中职学校及综合高中一线教师的意见,秉承高效、

实用的理念打造精品。我们相信,凝聚着众多名师智慧的本套丛书,定能成为通向成功彼岸的金桥,帮助学生到达理想的殿堂!

编 者



Contents 目录



专题一	集合与逻辑用语	1
	专项练习	6
专题二	方程与不等式	10
	专项练习	13
专题三	函数	17
	专项练习	25
专题四	指数函数与对数函数	30
	专项练习	35
专题五	三角函数	39
	专项练习	51
专题六	数列	56
	专项练习	65
专题七	平面向量	70
	专项练习	77
专题八	直线与圆	82
	专项练习	93

专题九 圆锥曲线 98 >>

专项练习 107

专题十 立体几何 113 >>

专项练习 124

专题十一 排列组合与二项式定理及概率与统计初步 130 >>

专项练习 141

专题十二 复数 147 >>

专项练习 151

专题十三 数学思想方法的应用 158 >>

专项练习 164

全真模拟卷(一) 169**全真模拟卷(二)** 173

专题一

集合与逻辑用语



考点精讲

知识点一 元素与集合、集合与集合的关系

1. 元素与集合

将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合,简称为集,常用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示. 组成集合的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示. 特别地,把不含任何元素的集合称为空集,记作 \emptyset . 如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

2. 常用的集合

- (1) 正整数集: 所有正数组成的集合叫作正整数集,记作 \mathbf{N}_+ 或 \mathbf{N}^* .
- (2) 自然数集: 所有自然数组成的集合叫作自然数集,记作 \mathbf{N} .
- (3) 整数集: 所有整数组成的集合叫作整数集,记作 \mathbf{Z} .
- (4) 有理数集: 所有有理数组成的集合叫作有理数集,记作 \mathbf{Q} .
- (5) 实数集: 所有实数组成的集合叫作实数集,记作 \mathbf{R} .

3. 集合与集合的关系

1) 包含关系

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$.

特别地,如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,则 A 是 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$.

2) 相等关系

一般地,如果两个集合的元素完全相同,我们就说这两个集合相等,集合 A 等于集合 B ,记作 $A = B$ (A, B 的所有元素均相同).

典型例题

典例3 已知集合 $M = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $N = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

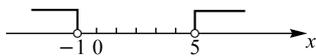


图 1-1

【参考答案】 如图 1-1 所示, 要使 $M \cap N = \emptyset$, 必须满足 $\begin{cases} a+3 \leq 5, \\ a \geq -1, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq a \leq 2$, 所以实数 a 的取值范围为 $\{a | -1 \leq a \leq 2\}$.

【名师解读】 利用数轴表示集合, 便于寻求满足条件的实数 a .

典例4 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | |x| = y + 1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

【参考答案】 因为 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\} = \{-1, 2\}$, $y \in A$, 所以当 $y = -1$ 时, $x = 0$; 当 $y = 2$ 时, $x = \pm 3$, 所以 $B = \{-3, 0, 3\}$.

所以 $\complement_U B = \{x | x \neq -3 \text{ 且 } x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 3\}$.

【名师解读】 本题考查对集合运算的理解及性质的运用.

巩固训练 2

1. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = (\quad)$.

A. $\{1, 5\}$

B. $\{1, 3, 5\}$

C. $\{0, 1, 4, 5\}$

D. $\{2, 3, 4, 5\}$

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 (\quad) .

A. $U = A \cup B$

B. $U = (\complement_U A) \cup B$

C. $U = A \cup (\complement_U B)$

D. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

3. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$.

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.



知识点三 充分条件与必要条件

若命题“如果 p , 那么 q ”是真命题, 即由 p 可以推出 q , 则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件, 记作 $p \Rightarrow q$.

若命题“如果 p , 那么 q ”是假命题, 即由 p 不能推出 q , 则称 p 不是 q 的充分条件, q 不是 p 的必要条件, 记作 $p \not\Rightarrow q$.

如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分且必要条件, 简称充要条件, 记作 $p \Leftrightarrow q$.

典型例题

典例 5 已知 $p: |3x - 5| < 4, q: (x - 1)(x - 2) < 0$, 则 p 是 q 的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件



【参考答案】 $p: |3x - 5| < 4 \Rightarrow p: \frac{1}{3} < x < 3, q: (x - 1)(x - 2) < 0 \Rightarrow q: 1 < x < 2$.

所以 $p \not\Rightarrow q$ 但 $q \Rightarrow p$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

【名师解读】 判断充分必要条件时, 先要分清条件和结论, 进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系.

巩固训练 3

1. “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

2. 判断下列问题中, p 是 q 的什么条件.

- (1) $p: x^2 > y^2, q: x > y$;
(2) $p: x \in (A \cup B), q: x \in (A \cap B)$;
(3) $p: x > 3, q: x > 2$;
(4) $p: a$ 是有理数, $q: a + 2$ 是有理数.

知识点四 常用逻辑用语

一般地,设 p, q 是两个命题,用“且”字联结 p, q 得到一个与 p 和 q 相关的新命题,记作“ $p \wedge q$ ”,读作“ p 且 q ”.

一般地,设 p, q 是两个命题,用“或”字联结 p, q 得到一个与 p 和 q 相关的新命题,记作“ $p \vee q$ ”,读作“ p 或 q ”.

一般地,设 p 是一个命题,对它进行否定就得到一个与 p 相反的新命题非 p ,记作 $\neg p$,读作“非 p ”(或“ p 的否命题”).

表 1-2 复合命题真值表

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
真	真	假	假	真	真
真	假	假	真	假	真
假	真	真	假	假	真
假	假	真	真	假	假

典型例题

典例 6 下列四个命题中,假命题为().

A. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3x + 1 > 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x > 0$

D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = 4$

【参考答案】 当 $x = -1$ 时, $x^2 + 3x + 1 = -1 < 0$, 故命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3x + 1 > 0$ ”为假命题. 故选 B.

【名师解读】 掌握全称量词和存在量词的符号含义是解题关键.

典例 7 已知命题 p :“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ 或 $x = 2$ ”, 命题 q :“ $a^{\frac{1}{2}} > b^{\frac{1}{2}}$ ”的充要条件为“ $\ln a > \ln b$ ”, 则下列复合命题中假命题是().

A. $p \vee q$

B. $p \wedge q$

C. $(\neg p) \vee (\neg q)$

D. $p \wedge (\neg q)$

【参考答案】 命题 p 显然为真命题; 对于命题 q , 当 $a = 1, b = 0$ 时, $a^{\frac{1}{2}} > b^{\frac{1}{2}}$, 但 $\ln a > \ln b$ 不成立, 故 q 是假命题, $\neg q$ 是真命题. 于是 $p \wedge q$ 是假命题, $p \vee q, (\neg p) \vee (\neg q)$ 和 $p \wedge (\neg q)$ 是真命题. 故选 B.

【名师解读】 掌握命题的定义和充要条件的判断是解题关键.

巩固训练 4

1. 如果命题“ p 且 q ”是假命题,“非 p ”是真命题,那么().

A. 命题 p 一定是真命题

B. 命题 q 一定是真命题

C. 命题 q 既可以是真命题也可以是假命题

D. 命题 q 一定是假命题

2. 已知实数 a 满足 $1 < a < 2$, 命题 p : 函数 $y = \log_a x$ 在区间 $[0, 1]$ 上是增函数; 命题 q : $x^2 < 1$ 是 $x < a$ 的充分不必要条件, 则().

A. p 或 q 为真命题

B. p 且 q 为假命题

C. $\neg p$ 且 q 为真命题

D. $\neg p$ 或 $\neg q$ 为真命题



专项练习

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为 ()

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}_+$; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

 2. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()

 A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | 3 < x < 5\}$
 C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x < 5\}$

 3. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 所有真子集的个数为 ()

A. 3 B. 6 C. 7 D. 8

 4. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B =$ ()

 A. $\{4, 5, 6\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$
 C. $\{4\}$ D. \emptyset

 5. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B =$ ()

 A. $\{0, 2, 3, 6\}$ B. $\{0, 3, 6\}$
 C. $\{1, 2, 5, 8\}$ D. \emptyset

6. 下列命题中,真命题是 ()

 A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq x$ B. 命题“若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$ ”
 C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 \geq x_0$ D. 命题“若 $x \neq y$, 则 $\sin x \neq \sin y$ ”

 7. 设 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()

 A. $[1, 3]$ B. $[3, +\infty)$
 C. $[1, +\infty)$ D. $(1, 3)$

 8. 集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x | x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则

图 1-2 中阴影部分所表示的集合为 ()

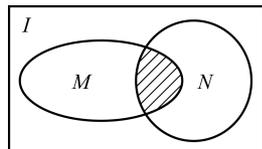
 A. $\{x | x \leq 1\}$
 B. $\{x | x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 2\}$
 D. $\{x | -2 < x \leq 1\}$


图 1-2

 9. 已知命题 $p: a^2 \geq 0 (a \in \mathbf{R})$, 命题 q : 函数 $f(x) = x^2 - x$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则下列命题中, 为真命题的是 ()

 A. $p \vee q$ B. $p \wedge q$
 C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee q$

 10. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $\complement_U (A \cup B)$ 中元素的个数为 ()

 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4

三、解答题

26. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 求 $A \cap B$, $(\complement_U A) \cup B$.

27. 已知 $A = \{m^2, m + 1, -3\}$, $B = \{m - 3, 2m - 1, m^2 + 1\}$. 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 m 的值.

28. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x | 1 < x < a\}$ (a 为实数).

(1) 若 $a = \frac{3}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

29. 已知 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 + 1\}$. 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

30. 若 $A = \{x \mid ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 中最多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

专题一 集合与逻辑用语

巩固训练 1

1. B 解析:①③正确.

2. B 解析:因为 $B = \{(x, y) \mid \frac{y}{x} = 1\} = \{(x, y) \mid y = x, x \neq 0\}$, 所以 $B \subsetneq A$. 所以 B 选项是正确的.

巩固训练 2

1. A

2. D 解析: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4\}$, 所以 $\complement_U A = \{2, 4, 6\}$, $\complement_U B = \{1, 3, 5, 6\}$. 所以 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{2, 4, 6\} \cup \{1, 3, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. 所以 $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$. 故选 D.

3. 解: (1) 因为 $A = \{x \mid a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x \mid x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$.

若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $\begin{cases} a \geq -6, \\ a+3 \leq 1, \end{cases}$ 解得 $-6 \leq a \leq -2$.

即 a 的取值范围为 $[-6, -2]$.

(2) 因为 $A = \{x \mid a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x \mid x > 1, \text{ 或 } x < -6\}$.

若 $A \cup B = B$, 则 $A \subseteq B$, 则 $a+3 < -6$ 或 $a > 1$. 解得 $a < -9$ 或 $a > 1$, 即 a 的取值范围为 $(-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$.

巩固训练 3

1. A 解析: 若 $\tan \alpha = 1$, 则 $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}$, $k \in \mathbf{Z}$, 必要性不成立, 若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha = 1$, 充分性成立, 故

“ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的充分不必要条件, 所以 A 选项是正确的.

2. 解: (1) 因为 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 所以 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2) 因为 $p \not\Rightarrow q$, 而 $q \Rightarrow p$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件.

(3) 因为 $p \Rightarrow q$, 而 $q \not\Rightarrow p$, 所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(4) 因为 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p \Leftrightarrow q$, 所以 p 是 q 的充要条件.

巩固训练 4

1. C 解析: “非 p ”是真命题, 则 p 为假命题, 命题 q 可以是真命题也可以是假命题. 故选 C.

2. A 解析: 因为实数 a 满足 $1 < a < 2$, 所以函数 $y = \log_a x$ 在区间 $[0, 1]$ 上是增函数, 即 p 为真命题; 由数轴可知, $x^2 < 1$ 是 $x < a$ 的充分不必要条件, 即 q 为真命题. 综上, p 或 q 为真命题. 故选 A.

专项练习

一、选择题

1. B 解析: ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$ 正确. ② 集合之间不能用“ \in ”, 故错误. ③ $0 \in \mathbf{N}_+$ 错误. ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$ 正确. 故选 B.

2. D 解析: 因为 $M = \{x \mid -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x \mid -5 < x < 5\}$, 所以利用数轴可知 $M \cap N = \{x \mid -3 < x < 5\}$. 故选 D.

3. C 解析: 含一个元素的真子集有 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$, 共 3 个; 含两个元素的有 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$, 共 3 个; 空集是任何非空集合的真子集, 所以一共有 7 个真子集. 故选 C.

4. B 解析: 因为 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 4, 5, 6\}$. 故选 B.

5. A 解析: 因为 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, $A = \{1, 5, 8\}$, 所以 $\complement_U A = \{0, 3, 6\}$. 又因为 $B = \{2\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{0, 2, 3, 6\}$. 故选 A.

6. C 解析: 由于 $0 < x < 1$ 时, $x^2 < x$, 故 $\forall x \in \mathbf{R}$, $x^2 \geq x$, 是假命题; 命题“若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$ ”是假命题; 命题“若 $x \neq y$, 则 $\sin x \neq \sin y$ ”是假命题; $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 \geq x_0$ 是真命题. 故选 C.

7. C 解析: 因为 $B \subseteq A$, 所以 $2a > a+3$ 或 $\begin{cases} 2a \leq a+3, \\ 2a \geq 2, \\ a+3 \leq 6, \end{cases}$ 解得 $a > 3$ 或 $1 \leq a \leq 3$, 综上可得 $a \geq 1$. 故选 C.

8. D 解析: 集合 $M = \{x \mid x^2 < 4\} = \{x \mid -2 < x < 2\}$. 因为 $N = \{x \mid x \leq 1\}$, 且图中阴影部分表示 M, N 两集合的交集, 所以 $M \cap N = \{x \mid -2 < x \leq 1\}$. 故选 D.

9. A 解析: 显然命题 p 为真命题, $\neg p$ 为假命题. 因为 $f(x) = x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$, 所以函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递增. 所以命题 q 为假命题, $\neg q$ 为真命题. 由此可得 $p \vee q$ 为真命题, $p \wedge q$ 为假命题, $(\neg p) \wedge (\neg q)$ 为假命题, $(\neg p) \vee q$ 为假命题. 故选 A.

10. B 解析: 因为 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$,

- $B = \{x | x = 2a, a \in A\} = \{2, 4\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 2, 4\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{3, 5\}$. 故选 B.
11. D 解析: A, B, C 选项的关系符号是错误的.
12. B 解析: 在集合 A 和 B 中分别取出元素进行 * 的运算, 有 $0 \cdot 2 \cdot (0+2) = 0 \cdot 3 \cdot (0+3) = 0, 1 \cdot 2 \cdot (1+2) = 6, 1 \cdot 3 \cdot (1+3) = 12$, 由此可知 $A * B = \{0, 6, 12\}$, 因此其子集个数为 $2^3 = 8$, 故选 B.
13. D 解析: 因为 $A = \{x | -2 < x < 1\}, B = \{x | 0 < x < 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\}$.
14. D 解析: 因为 $A = \{3, 5, 6, 8\}, B = \{4, 5, 7, 8\}$, 所以 $A \cap B = \{5, 8\}$.
15. D 解析: 根据元素特性, $a \neq 0, a \neq 2, a \neq 1$. 所以 $a = 4$.
16. C 解析: A 不是 B 的子集, 则 A 中存在不是 B 中的元素, C 选项正确. 对于 A 和 B 选项, 取 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ 可判断为假, 对于 D 选项, 取 $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$ 可判断为假.
17. A 解析: $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | x < a\}$, 要使 $A \subseteq B$, 则应有 $a \geq 2$. 故选 A.
18. A 解析: $Q = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + x - 6 = 0\} = \{-3, 2\}$. 所以 $P \cap Q = \{2\}$.
19. D 解析: 当 x, y, z 中三个为正、两个为正、一个为正、全为负时, 代数式的值分别为: 4, 0, 0, -4, 所以 4 $\in M$ 正确, 故选 D.
20. C 解析: (1) 若 $k = 0$, 则 $A = \{-1\}$;
(2) 若 $k \neq 0, \Delta = 16 - 16k = 0, k = 1$, 所以 $k \in \{1, 0\}$.

二、填空题

21. 充分不必要 解析: “ $a > 4$ ”能推出“ $a > 1$ ”, 但“ $a > 1$ ”推不出“ $a > 4$ ”, 所以“ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的充分不必要条件.
22. [1, 3] 解析: 因为集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}, \complement_{\mathbf{R}} B = \{x | x \geq 1\}$, 所以 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$.
23. $\{-1, 0, 2, 5\}$ 解析: 因为 $A \cap B = \{2\}$, 所以集合 A 中 $a = 2$, 所以 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 5\}$.
24. $\{(2, 1)\}$ 解析: 根据题意可以列方程组
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 3, \end{cases}$$
 解得 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$
25. -1 或 4 解析: 因为 $A \cap B = \{3\}$, 所以 $m^2 - 3m - 1 = 3$, 解得 $m = -1$ 或 $m = 4$.

三、解答题

26. 解: 因为 $A = \{x | 2 \leq x < 4\}, B = \{x | x \geq 3\}$, 借用数轴得 $A \cap B = \{x | 3 \leq x < 4\}, \complement_U A =$

$\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

27. 解: 当 $m - 3 = -3$, 即 $m = 0$ 时, $A = \{0, 1, -3\}, B = \{-3, -1, 1\}, A \cap B = \{-3, 1\}$, 不符合题意;
当 $2m - 1 = -3$, 即 $m = -1$ 时, $A = \{1, 0, -3\}, B = \{-4, -3, 2\}, A \cap B = \{-3\}$, 符合题意. 故 $m = -1$.
28. 解: (1) $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\} = \{x | 1 < x < 2\}, B = \left\{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\right\}$, 故 $A \cap B = \left\{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\right\}$.
(2) 当 $a \leq 1$ 时, $B = \emptyset$, 故 $B \subseteq A$ 成立; 当 $a > 1$ 时, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $1 < a \leq 2$. 故实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$.
29. 解: 由题意可知 $x^2 + 1 = 3$ 或 $x^2 + 1 = 5$.
若 $x^2 + 1 = 3$, 则 $x = \pm\sqrt{2}$;
若 $x^2 + 1 = 5$, 则 $x = \pm 2$.
综上所述, $x = \pm\sqrt{2}$ 或 $x = \pm 2$.
当 $x = \pm 2$ 时, $B = \{1, 2, 5\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 5\}$;
当 $x = \pm\sqrt{2}$ 时, $B = \{1, 2, 3\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 3\}$.
30. 解: 分两种情况:
当 $a = 0$ 时, 集合 $A = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$, 符合题意.
当 $a \neq 0$ 时, 要使集合 A 中最多含有一个元素, 则判别式 $\Delta = 9 - 8a \leq 0$, 解得 $a \geq \frac{9}{8}$.
综上所述, a 的取值范围为 $\left\{a \mid a = 0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8}\right\}$.

专题二 方程与不等式

巩固训练 1

1. (1) $<$; (2) $<$ 解析: (1) 由 $a < b, c > 0$, 可得 $ac < bc$, 则 $ac + c < bc + c$; (2) 由 $a > 0, b < 0$, 可得 $a - b > 0$, 又 $c < 0$, 则 $(a - b)c < 0$.
2. 解: $(x^2 + y^2)(x - y) - (x^2 - y^2)(x + y) = (x - y)[x^2 + y^2 - (x + y)^2] = -2xy(x - y)$. 因为 $x < y < 0$, 所以 $xy > 0, x - y < 0$, 所以 $-2xy(x - y) > 0$, 所以 $(x^2 + y^2)(x - y) > (x^2 - y^2)(x + y)$.

巩固训练 2

1. D
2. D 解析: 由题意知 $x^2 + mx + \frac{m}{2} \geq 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$