

巍巍交大 百年书香  
www.jiaodapress.com.cn  
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 胡志平  
责任编辑 胡思佳 柳卫清  
封面设计 刘文东

湖南省高职院校单独招生考试总复习

湖南省高职院校单独招生考试

# 总复习 数学

主编 罗林林 汤芳群

数学

主编 罗林林 汤芳群



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



扫描二维码  
关注上海交通大学出版社  
官方微信

ISBN 978-7-313-29204-9



9 787313 292049 >

定价:65.00元

免费提供  
精品教学资料包  
服务热线: 400-615-1233  
www.huatengzy.com



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

赠册

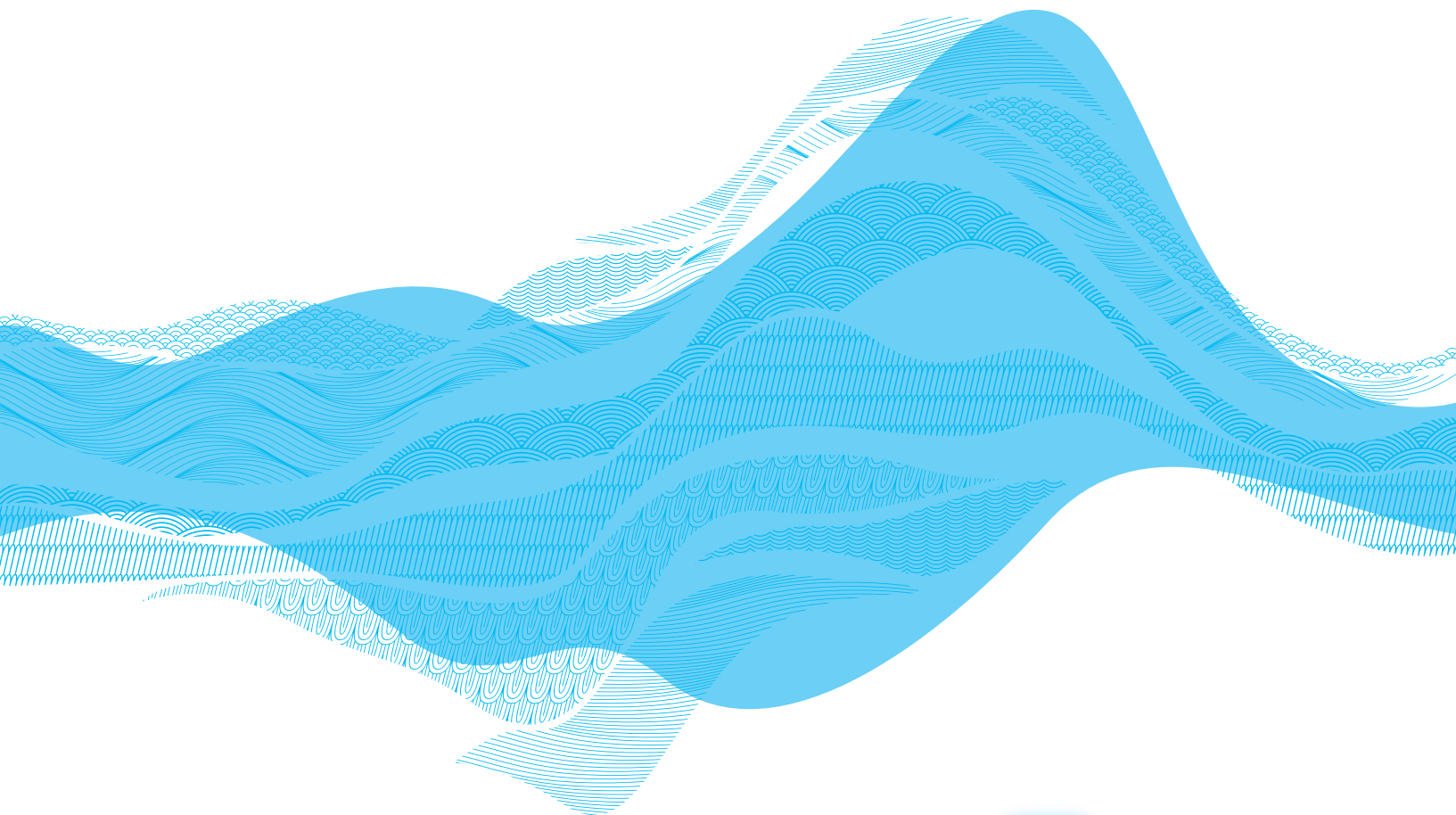
同步跟踪训练  
参考答案及解析

# 湖南省高职院校单独招生考试

## 总复习

## 数 学

主 编 罗林林 汤芳群  
副主编 雷易超 余清香 王 玲 刘梦玲



赠册

同步跟踪训练  
参考答案及解析



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



# Preface 前言

通过多年的摸索与实践,湖南省高职院校单独招生考试越来越规范有序。从考试内容和考试形式上来看,参加单独招生考试的考生将面临更大的挑战,多数考生都为如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据考试科目的大纲要求,深入研究了近几年湖南省高职院校单独招生考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套湖南省高职院校单独招生考试复习丛书,供广大考生在复习时使用。

本书是该系列丛书之《湖南省高职院校单独招生考试总复习·数学》。数学是单独招生考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在。本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料。

本书具有以下鲜明特色:

### 1. 编写阵容强大,熟知学情考情

编写成员均系湖南省中等职业学校的骨干教师,他们始终工作在教学一线,常年从事中职毕业生单独招生的命题研究工作,对考试规律和命题形式有深入的研究,能够精准把握考试的命题趋势,在知识点的讲解和试题的选择上都具有权威性。

### 2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加湖南省高职院校单独招生考试的考生量身定做的复习用书。知识点的选取、题型、试题难度等设计均参照了历年考试真题和最新考试大纲,体现出考试特色,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势。

### 3. 编排合理,设计科学

本书对考点进行归纳和整理,使零散的知识形成有机的整体,从而使考生掌握知识规律和技能,找到解题方法。书中每章按照“考纲要求”“考情分析”“真题示例”“知识精讲”“典例解析”的框架编写。

“考纲要求”详细分析了考试大纲对每一知识点的要求。

“考情分析”对命题情况进行了分析。

“真题示例”从命题的角度对真题进行剖析,使考生准确把握考点,快速找到解题思路。

“知识精讲”对每一个知识点、考点进行了细致的讲解。

“典例解析”对典型例题进行分析,然后给出详细的解题思路。

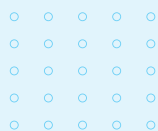
#### 4. 配套齐全,全方位助力备考

本书配套有《同步跟踪训练》,书中试题的参考答案及解析作为赠册。丛书还配套有《湖南省高职院校单独招生考试冲刺卷·数学》。

衷心希望本套湖南省高职院校单独招生考试复习丛书能为广大湖南省考生的复习备考带来实质性的帮助。对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正。

最后,预祝广大湖南省考生在考试中取得好成绩!

编者



# Contents 目录



<b>第一章</b>	<b>集合</b> .....	1
	第一节 集合的概念与集合之间的关系 .....	1
	第二节 集合的运算 .....	6
	第三节 充要条件 .....	9
<b>第二章</b>	<b>不等式</b> .....	12
	第一节 不等式的基本性质与区间 .....	12
	第二节 一元一次不等式 .....	16
	第三节 一元二次不等式及其应用 .....	19
	第四节 含绝对值的不等式 .....	22
<b>第三章</b>	<b>函数</b> .....	25
	第一节 函数的概念及其表示 .....	25
	第二节 函数的单调性 .....	31
	第三节 函数的奇偶性 .....	35
	第四节 函数的实际应用 .....	38
<b>第四章</b>	<b>指数函数与对数函数</b> .....	40
	第一节 实数指数幂和幂函数 .....	40
	第二节 指数函数 .....	44
	第三节 对数及其运算 .....	47
	第四节 对数函数 .....	49
<b>第五章</b>	<b>三角函数</b> .....	53
	第一节 角的概念推广与弧度制 .....	54
	第二节 任意角的三角函数 .....	56
	第三节 同角三角函数的基本关系式 .....	59
	第四节 诱导公式 .....	61
	第五节 三角函数的图像与性质 .....	63
	第六节 和角公式与倍角公式 .....	65
	第七节 正弦型函数的图像与性质 .....	69
	第八节 正弦定理和余弦定理 .....	72

<b>第六章</b>	<b>数列</b> .....	76
	第一节 数列的概念 .....	76
	第二节 等差数列 .....	80
	第三节 等比数列 .....	83
<b>第七章</b>	<b>平面向量</b> .....	86
	第一节 平面向量的概念及线性运算 .....	86
	第二节 平面向量的坐标表示 .....	91
	第三节 平面向量的内积 .....	93
<b>第八章</b>	<b>直线和圆的方程</b> .....	96
	第一节 两点间的距离公式与线段中点的坐标 .....	96
	第二节 直线的方程 .....	98
	第三节 两条直线的位置关系 .....	101
	第四节 圆的方程 .....	104
<b>第九章</b>	<b>圆锥曲线</b> .....	108
	第一节 椭圆 .....	108
	第二节 双曲线 .....	113
	第三节 抛物线 .....	117
<b>第十章</b>	<b>立体几何</b> .....	121
	第一节 柱、锥、球及其组合体和三视图 .....	121
	第二节 平面的基本性质 .....	131
	第三节 空间的平行关系 .....	133
	第四节 空间的垂直关系 .....	137
<b>第十一章</b>	<b>概率与统计</b> .....	143
	第一节 计数原理和排列组合 .....	144
	第二节 二项式定理 .....	148
	第三节 概率 .....	150
	第四节 统计 .....	153
	第五节 离散型随机变量及其分布 .....	158
<b>第十二章</b>	<b>复数</b> .....	162
<b>第十三章</b>	<b>算法与程序框图</b> .....	168

# 第一章

## 集 合



### 考纲要求

- (1)理解集合、元素及其关系,掌握集合的表示法.
- (2)掌握集合之间的关系(子集、真子集、相等).
- (3)理解集合的运算(交、并、补).
- (4)了解充要条件.



### 考情分析

本章在历年高考题中多以选择题和判断题形式出现,难度不大,要求不高,主要从三个方面考查:一是集合的基本概念,主要考查元素与集合之间的关系,子集、真子集的个数;二是考查集合的基本运算,命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主,多与不等式、绝对值等相结合;三是考查充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件的判定,多与函数等相结合.

## 第一节 集合的概念与集合之间的关系



### 真题示例

1. (判断题) 已知集合  $A = \{x | x > -1\}$ , 则  $\{0\} \in A$ . ( )

答案:  $\times$

解析:  $\{0\}$  是集合, 集合  $A$  也是集合, 两个集合之间不能用符号  $\in$ .

2. (判断题)已知集合  $A=\{x|x-2\geq 0\}$ ,  $B=\{3,4,5\}$ , 则  $B\subseteq A$ . ( )

答案:√

解析:因为集合  $A=\{x|x\geq 2\}$ ,  $B=\{3,4,5\}$ , 所以  $B\subseteq A$ .

3. (判断题)若集合  $A=\{1,2,3\}$ , 则  $A$  的子集有 8 个. ( )

答案:√

解析:含有  $n$  个元素的集合的子集个数为  $2^n$ , 故集合  $A$  的子集个数为  $2^3=8$ .



## 知识精讲

### 知识点一 集合的概念

#### 1. 集合

将某些确定的对象看成一个整体就构成一个集合, 简称为集, 常用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示.

#### 2. 元素

组成集合的对象叫作这个集合的元素, 常用小写英文字母  $a, b, c, \dots$  表示.

#### 3. 元素与集合的关系及性质

如果  $a$  是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  属于  $A$ , 记作  $a\in A$ ; 如果  $a$  不是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  不属于  $A$ , 记作  $a\notin A$ . 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

#### 4. 集合的分类

(1)按元素个数分类:

- ①有限集: 含有元素的个数有限的集合叫作有限集.
- ②无限集: 含有元素的个数无限的集合叫作无限集.
- ③空集: 不含任何元素的集合叫作空集, 记作  $\emptyset$ .

注意:  $\emptyset$  不是  $\{0\}$ .

(2)按元素的特征分类: 数集、点集等.

#### 5. 常用的集合

常用的集合有正整数集( $\mathbf{N}_+$  或  $\mathbf{N}^*$ )、自然数集( $\mathbf{N}$ )、整数集( $\mathbf{Z}$ )、有理数集( $\mathbf{Q}$ )、实数集( $\mathbf{R}$ ).

- (1)正整数集: 所有正整数组成的集合叫作正整数集, 记作  $\mathbf{N}_+$  或  $\mathbf{N}^*$ .
- (2)自然数集: 所有自然数组成的集合叫作自然数集, 记作  $\mathbf{N}$ .
- (3)整数集: 所有整数组成的集合叫作整数集, 记作  $\mathbf{Z}$ .
- (4)有理数集: 所有有理数组成的集合叫作有理数集, 记作  $\mathbf{Q}$ .
- (5)实数集: 所有实数组成的集合叫作实数集, 记作  $\mathbf{R}$ .

### 知识点二 集合的表示法

#### 1. 列举法

将集合的元素一一列出, 用逗号分隔, 再用花括号括为一个整体, 这种表示集合的方法叫作列举法.

注意: 用列举法表示集合时, 要注意以下几点:

- (1)元素之间用逗号“,”隔开.
- (2)元素不能重复(满足集合中元素的互异性).



(3)元素不能遗漏.

(4)当集合中的元素较少时,用列举法比较简单;当集合中的元素较多或无限,但存在一定的规律时,在不发生误解的情况下,也可以用列举法表示.

## 2. 描述法

利用元素的特征性质来表示集合的方法称为描述法.

具体方法是:在花括号中画一条竖线,竖线的左侧写上集合的代表元素  $x$ ,并标出元素的取值范围,竖线右侧写出元素所具有的特征性质.

**注意:**用描述法表示集合时,要注意以下几点:

(1)写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).

(2)写明集合中元素的特征或性质.

(3)用于描述元素特征的语句要力求简明、准确,不产生歧义;多层描述时,应当准确使用“且”“或”等关联词.

(4)所有描述的内容都要写在大括号内.

(5)在不引起混淆的情况下,用描述法表示集合有时也可以省去竖线和竖线左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的“ $x$ ”.

## 知识点三 集合间的关系

### 1. 子集

一般地,对于两个集合  $A, B$ ,如果集合  $A$  中任何一个元素都是集合  $B$  的元素,那么,集合  $A$  就叫作集合  $B$  的子集,记作  $A \subseteq B$  或  $B \supseteq A$ ,读作“ $A$  包含于  $B$ ”或“ $B$  包含  $A$ ”.

当集合  $A$  不包含于集合  $B$  或集合  $B$  不包含集合  $A$  时,记作  $A \not\subseteq B$  或  $B \not\supseteq A$ .

**性质:**(1)任何一个集合是它本身的子集,即  $A \subseteq A$ ;

(2)空集是任何集合的子集,即  $\emptyset \subseteq A$ ;

(3)对集合  $A, B, C$ ,若  $A \subseteq B, B \subseteq C$ ,则  $A \subseteq C$ .

**注意:**不能把子集说成由原来集合中的部分元素组成的集合,因为  $A$  的子集包括它本身,而这个子集由  $A$  的全体元素组成;空集也是  $A$  的子集,但这个子集中不包括  $A$  中的任何元素.

### 2. 真子集

如果  $A$  是  $B$  的子集,并且  $B$  中至少有一个元素不属于  $A$ ,则  $A$  是  $B$  的真子集( $A$  包含于  $B$  但不等于  $B$ ),记作  $A \subsetneq B$  或  $B \supsetneq A$ .

**性质:**空集是任何非空集合的真子集;对于集合  $A, B, C$ ,若  $A \subsetneq B, B \subsetneq C$ ,则  $A \subsetneq C$ .

**注意:**元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

### 3. 集合的相等

一般地,如果两个集合的元素完全相同,我们就说这两个集合相等,集合  $A$  等于集合  $B$ ,记作  $A=B$  ( $A, B$  的所有元素均相同).

**注意:**(1)两个集合所含元素完全相同,即“集合  $A$  中的任何一个元素都是集合  $B$  的元素,同时集合  $B$  中的任何一个元素都是集合  $A$  的元素”.

(2)要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集,则从“互为子集”入手进行判断.



## 典例解析

## 题型一 集合的概念

例 1 在下列每组对象中:

- (1)我国著名的数学家;  
 (2)超过 10 的所有自然数;  
 (3)某校 2021 年新入学的高个子学生;  
 (4)方程  $x-1=0$  的实数解;  
 (5)在直角坐标平面内,第二象限的所有点. 其中能构成集合的是( ).

- A. (1)(2)(3)      B. (2)(3)(4)      C. (2)(4)(5)      D. (3)(4)(5)



解析

(1)“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;(3)“高个子学生”这一标准也不确定,无法判定某人是高还是矮,也不能构成集合;(2)(4)的对象是确定的;(5)的对象虽然有无限个,但它是确定的. 因此选 C.



技巧点拨

判断某组对象能否构成集合,关键看对象是否为整体的和确定的. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.



## 变式训练 1

下列语句中,能构成集合的是( ).

- A. 我班数学好的男生      B. 与 0 接近的全体实数  
 C. 大于  $\pi$  的自然数      D. 优秀的中等职业学校

## 题型二 集合与元素的关系及性质

例 2 已知集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$ , 则 A 中元素的个数为( ).

- A. 9      B. 8      C. 5      D. 4



解析

由  $x^2 + y^2 \leq 3$  可知,  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ ,  $-\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}$ . 又因为  $x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$ , 所以  $x \in \{-1, 0, 1\}, y \in \{-1, 0, 1\}$ . 所以 A 中元素的个数为 9.



技巧点拨

对于求解集合中元素个数的题目,首先求出集合,然后根据集合中元素的互异性求出集合中元素的个数,或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.



## 变式训练 2


已知集合  $A = \{1, 2, 4\}$ , 集合  $B = \{x | x = a + b, a \in A, b \in A\}$ , 则集合 B 中元素的个数为\_\_\_\_\_.


### 题型三 集合的表示方法

例3 用列举法表示下列集合.

(1)  $A = \{x | -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$ ;

(2)  $B = \{(x, y) | 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ .

 **解析** (1)  $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ; (2)  $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$ .

 **技巧点拨** 掌握集合的两种表示方法.

#### 变式训练 3

用描述法表示下列集合.

(1)  $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$ ;

(2)  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ .

### 题型四 元素与集合、集合与集合之间的关系

例4 设集合  $A = \{0\}$ , 下列结论正确的是( ).


A.  $A = 0$

B.  $A \subseteq \emptyset$

C.  $0 \in A$

D.  $\emptyset \in A$

 **解析** 本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系. 答案选 C.

 **技巧点拨** 正确理解符号  $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$  的意义, 是处理此类问题的关键.

#### 变式训练 4

下列说法中, 正确的有( ).

①空集没有子集; ②任何集合至少有两个子集; ③空集是任何集合的真子集; ④若  $\emptyset \subseteq A$ , 则  $A \neq \emptyset$ .

A. 1 个


B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

### 题型五 由集合之间的关系求未知数的值或范围

例5 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $p$  的取值范围.

 **解析** 由题意得:  $A = \{-1, 2\}$ , 因为  $B \subseteq A$ , 所以  $B = \emptyset$  或  $B = \{-1\}$  或  $B = \{2\}$  或  $B = \{-1, 2\}$ .


又因为  $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$ , 所以  $B = \{-1, 2\}$  不成立.

当  $B = \emptyset$  时,  $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$ , 解得  $p > 4$ ;

当  $B=\{-1\}$  时,  $\begin{cases} \Delta=16-4p=0, \\ (-1)^2-4\times(-1)+p=0, \end{cases}$  无解;

当  $B=\{2\}$  时,  $\Delta=16-4p=0, 2^2-4\times 2+p=0$ , 解得  $p=4$ .

综上, 实数  $p$  的取值范围是  $[4, +\infty)$ .

 **技巧点拨** 解决两个集合之间包含或相等关系的问题, 可先建立方程(组), 然后解出未知数, 最后利用集合元素的特征进行检验即可.

### 变式训练 5

已知集合  $A=\{1, 1+m, 1+2m\}$ ,  $B=\{1, n, n^2\}$ , 其中  $m, n \in \mathbf{R}$ , 若  $A=B$ , 求  $m, n$  的值.

## 第二节 集合的运算

### 真题示例

1. 设全集  $U=\{1, 3, 5, 7\}$ , 集合  $A=\{3, 5\}$ , 则  $\complement_U A=(\quad)$ .

- A.  $\{1, 7\}$                       B.  $\{1, 5\}$                       C.  $\{3, 7\}$                       D.  $\{5, 7\}$

**答案:**A

**解析:** 由补集的定义得  $\complement_U A=\{1, 7\}$ .

2. 已知集合  $A=\{1, 3, 5\}$ ,  $B=\{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $A \cap B=(\quad)$ .

- A.  $\{1, 3\}$                       B.  $\{1, 3, 5\}$                       C.  $\{1, 2, 3, 4\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

**答案:**A

**解析:** 根据交集的定义可得  $A \cap B=\{1, 3\}$ .

3. 已知集合  $A=\{1, a\}$ ,  $B=\{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A \cap B=\{1, 4\}$ , 则  $a=(\quad)$ .

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

**答案:**D

**解析:** 根据题意可知  $4 \in A$ , 故  $a=4$ .

4. (判断题) 已知集合  $A=\{x|0 < x < 2\}$ ,  $B=\{x|1 < x < 3\}$ , 则  $A \cup B=\{x|0 < x < 3\}$ . ( $\quad$ )

**答案:**  $\checkmark$

**解析:** 本题考查的是集合的运算. 根据并集的定义结合画数轴可得  $A \cup B=\{x|0 < x < 3\}$ .



## 知识精讲

## 1. 交集

一般地,对于两个给定的集合  $A, B$ ,由既属于  $A$  又属于  $B$  的所有元素组成的集合,叫作集合  $A$  与集合  $B$  的交集,记作  $A \cap B$ ,读作“ $A$  交  $B$ ”,即  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ .

性质:

- (1)  $A \cap B = B \cap A$ .
- (2)  $A \cap A = A$ .
- (3)  $A \cap \emptyset = \emptyset$ .
- (4)  $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ .
- (5) 若  $A \subseteq B$ ,则  $A \cap B = A$ .

## 2. 并集

一般地,对于两个给定的集合  $A, B$ ,由集合  $A, B$  的所有元素所组成的集合,叫作集合  $A$  与集合  $B$  的并集,记作  $A \cup B$ ,读作“ $A$  并  $B$ ”.即  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ .

性质:

- (1)  $A \cup B = B \cup A$ .
- (2)  $A \cup A = A$ .
- (3)  $A \cup \emptyset = A$ .
- (4)  $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$ .
- (5) 若  $A \subseteq B$ ,则  $A \cup B = B$ .

## 3. 图示两个集合的交集、并集

(1)用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-1).

(2)借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-2).

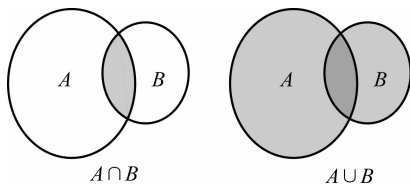


图 1-1

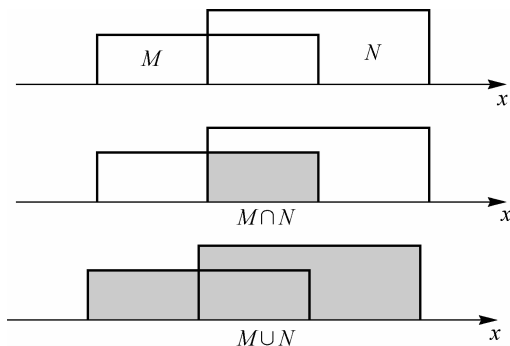


图 1-2

## 4. 全集

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用  $U$  表示.

**注意:**全集是一个相对的概念,在不同的情况下全集的概念也不同.

## 5. 补集

如果集合  $A$  是全集  $U$  的子集,那么,由  $U$  中不属于集合  $A$  的所有元素组成的集合叫作集合  $A$  在全集  $U$  中的补集,简称集合  $A$  的补集,记作  $\complement_U A$ ,读作“ $A$  在  $U$  中的补集”.即  $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$ .

$x \notin A$ ).

性质:

- (1)  $\complement_U(\complement_U A) = A$ .
- (2)  $\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset$ .
- (3)  $A \cup (\complement_U A) = U$ .
- (4)  $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$ .



### 典例解析

#### 题型一 集合的运算

例 1 (1) 设集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\}$ , 则  $A \cup B = ( \quad )$ .

- A.  $\{3\}$                       B.  $\{3, 4\}$                       C.  $\{1, 2, 3\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

(2) 设集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$ .

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{1, 4\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

(3) 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, a\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .



**解析** (1)  $A \cup B$  是由集合  $A$  和集合  $B$  中所有元素组成的, 因为  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\}$ , 则  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ . 故选 D.

(2)  $A \cap B$  是由集合  $A$  和集合  $B$  中相同的元素组成的, 集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$ , 所以  $A \cap B = \{2, 3\}$ . 故选 B.

(3) 根据并集运算可知  $a = 4$ .



**技巧点拨** 弄清交集与并集之间的关系.



#### 变式训练 1

(1) 设集合  $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 3\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$ .

- A.  $\{0, 1, 2\}$                       B.  $\{1, 3\}$   
C.  $\{1\}$                       D.  $\{0, 1, 2, 3\}$

(2) 设集合  $A = \{0, 1\}, B = \{-1, 0\}$ , 则  $A \cup B = ( \quad )$ .

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{0\}$   
C.  $\{-1, 0, 1\}$                       D.  $\{0, 1\}$

例 2 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, \complement_U A \cap B$ .



**解析**  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $\complement_U A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 所以  $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $\complement_U A \cap B = \{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$ .



**技巧点拨** 考查对集合运算的理解及性质的运用.



## 变式训练 2

设全集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{2, 3, 4\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, \complement_U A \cup \complement_U B$ .

## 题型二 由交、并、补确定未知量的范围

**例 3** 已知集合  $M = \{x | a \leq x \leq a+3\}$ ,  $N = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ , 若  $M \cap N = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**解析** 如图 1-3 所示, 要使  $M \cap N = \emptyset$ , 必须满足  $\begin{cases} a+3 \leq 5, \\ a \geq -1, \end{cases}$  解得  $-1 \leq a \leq 2$ , 所以实数  $a$  的取值范围为  $\{a | -1 \leq a \leq 2\}$ .

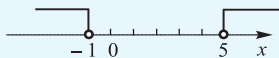


图 1-3

**技巧点拨** 解题时利用数轴表示集合, 便于寻求满足条件的实数  $a$ . 特别需要注意的是“端点值”的问题, 是能取“=”还是不能取“=”.



## 变式训练 3

已知  $A = \{x | a \leq x \leq a+3\}$ ,  $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$ .

- (1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围;
- (2) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的取值范围.

## 第三节 充要条件



## 真题示例

1. “ $(x+1)(x-3)=0$ ”是“ $x=3$ ”的( ).  
 A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件

答案:B

解析:方程 $(x+1)(x-3)=0$ 的解为 $x=-1$ 或 $x=3$ ,所以“ $(x+1)(x-3)=0$ ”是“ $x=3$ ”的必要不充分条件.

2. “ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的( ).

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案:A

解析:将 $x=1$ 代入 $x^2-3x+2=0$ 可得 $1-3+2=0$ ,故“ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的充分不必要条件;由 $x^2-3x+2=0$ 得 $x=1$ 或 $x=2$ ,故“ $x=1$ ”不是“ $x^2-3x+2=0$ ”的必要不充分条件. 故选 A.

3. “ $x=1$ ”是“ $x^2-1=0$ ”的( ).

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案:C

解析:由 $x^2-1=0$ 解得 $x=1$ 或 $x=-1$ ,由小范围能推出大范围,大范围推不出小范围. 故选 C.

4. (判断题)“ $x>1$ ”是“ $x>0$ ”的充分不必要条件.( )

答案:√

解析:由小范围能推出大范围,大范围推不出小范围. 故“ $x>1$ ”是“ $x>0$ ”的充分不必要条件.



## 知识精讲

### 1. 充要条件的定义

(1)对于两个命题 $p, q$ ,如果有 $p \Rightarrow q$ ,则称 $p$ 是 $q$ 的充分条件, $q$ 是 $p$ 的必要条件.

注意: $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件是指只要具备了条件 $p$ ,那么 $q$ 就一定成立,即命题中的条件是充分的; $q$ 是 $p$ 的必要不充分条件是指如果不具备条件 $q$ ,则 $p$ 就不能成立,即 $q$ 是 $p$ 成立的必不可少的条件.

(2)如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ,即 $p \Leftrightarrow q$ ,则 $p$ 是 $q$ 的充分且必要条件,简称充要条件.

注意:①当 $p \Leftrightarrow q$ 时,也称 $p$ 与 $q$ 是等价的.

②与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等.

### 2. 充要条件的判断方法

(1)从逻辑推理关系上判断(定义法).

①若 $p \Rightarrow q$ 但 $q \not\Rightarrow p$ ,则 $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件.

②若 $p \not\Rightarrow q$ 但 $q \Rightarrow p$ ,则 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件.

③若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ,则 $p$ 是 $q$ 的充要条件.

④若 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$ ,则 $p$ 是 $q$ 的既不充分也不必要条件.

(2)从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法). 设命题 $p$ 对应的集合为 $A$ ,命题 $q$ 对应的集合为 $B$ .

①若 $A \subseteq B$ ,则 $p$ 是 $q$ 的充分条件.

②若 $A \supseteq B$ ,则 $p$ 是 $q$ 的必要条件.

③若 $A \subseteq B$ 且 $A \supseteq B$ ,即 $A=B$ ,则 $p$ 是 $q$ 的充要条件.

④若 $A \not\subseteq B$ 且 $A \not\supseteq B$ ,则 $p$ 是 $q$ 的既不充分也不必要条件.





## 典例解析

## 题型一 充要条件的判断

例1 已知  $p: |3x-5| < 4, q: (x-1)(x-2) < 0$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( ).

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

**解析**  $p: |3x-5| < 4 \Rightarrow p: \frac{1}{3} < x < 3, q: (x-1)(x-2) < 0 \Rightarrow q: 1 < x < 2$ . 所以  $p \Rightarrow q$  但  $q \nRightarrow p$ , 所以  $p$  是  $q$  的必要不充分条件. 故选 B.

**技巧点拨** 判断充分必要条件时, 先要分清条件和结论, 进而找到条件与结论之间的逻辑推理关系.



## 变式训练 1

设命题甲为  $0 < x < 5$ , 命题乙为  $|x-2| < 3$ , 那么甲是乙的 ( ).

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

## 题型二 应用充要条件求未知数

例2 已知集合  $A = \{y | y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1, x \in [\frac{3}{4}, 2]\}$ ,  $B = \{x | x + m^2 \geq 1\}$ ,  $p: x \in A, q: x \in B$ , 并且  $p$  是  $q$  的充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.

**解析** 由题意得  $A = [\frac{7}{16}, 2], B = [1 - m^2, +\infty)$ , 由于  $p$  是  $q$  的充分条件, 所以  $A \subseteq B$ , 所以  $1 - m^2 \leq \frac{7}{16}$ , 解得  $m \geq \frac{3}{4}$  或  $m \leq -\frac{3}{4}$ , 即实数  $m$  的取值范围是  $(-\infty, -\frac{3}{4}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$ .

**技巧点拨** 本题主要考查集合与充要条件之间的关系.



## 变式训练 2

已知  $p: x^2 - 2x - 3 < 0, q: -a < x - 1 < a$ . 若  $q$  是  $p$  的一个必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

(赠册)

**湖南省高职院校单独招生考试**  
**总复习·数学**  
**同步跟踪训练**



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

# 目 录

第一章 集合 .....	1	第二节 等差数列 .....	49
第一节 集合的概念与集合之间的关系 .....	1	第三节 等比数列 .....	51
第二节 集合的运算 .....	3	第七章 平面向量 .....	53
第三节 充要条件 .....	5	第一节 平面向量的概念及线性运算 .....	53
第二章 不等式 .....	7	第二节 平面向量的坐标表示 .....	55
第一节 不等式的基本性质与区间 .....	7	第三节 平面向量的内积 .....	57
第二节 一元一次不等式 .....	9	第八章 直线和圆的方程 .....	59
第三节 一元二次不等式及其应用 .....	11	第一节 两点间的距离公式与线段中点的坐标 .....	59
第四节 含绝对值的不等式 .....	13	第二节 直线的方程 .....	61
第三章 函数 .....	15	第三节 两条直线的位置关系 .....	63
第一节 函数的概念及其表示 .....	15	第四节 圆的方程 .....	65
第二节 函数的单调性 .....	17	第九章 圆锥曲线 .....	67
第三节 函数的奇偶性 .....	19	第一节 椭圆 .....	67
第四节 函数的实际应用 .....	21	第二节 双曲线 .....	69
第四章 指数函数与对数函数 .....	23	第三节 抛物线 .....	71
第一节 实数指数幂和幂函数 .....	23	第十章 立体几何 .....	73
第二节 指数函数 .....	25	第一节 柱、锥、球及其组合体和三视图 .....	73
第三节 对数及其运算 .....	27	第二节 平面的基本性质 .....	75
第四节 对数函数 .....	29	第三节 空间的平行关系 .....	77
第五章 三角函数 .....	31	第四节 空间的垂直关系 .....	79
第一节 角的概念推广与弧度制 .....	31	第十一章 概率与统计 .....	81
第二节 任意角的三角函数 .....	33	第一节 计数原理和排列组合 .....	81
第三节 同角三角函数的基本关系式 .....	35	第二节 二项式定理 .....	83
第四节 诱导公式 .....	37	第三节 概率 .....	85
第五节 三角函数的图像与性质 .....	39	第四节 统计 .....	87
第六节 和角公式与倍角公式 .....	41	第五节 离散型随机变量及其分布 .....	89
第七节 正弦型函数的图像与性质 .....	43	第十二章 复数 .....	91
第八节 正弦定理和余弦定理 .....	45	第十三章 算法与程序框图 .....	93
第六章 数列 .....	47		
第一节 数列的概念 .....	47		

# 第一章 集 合

## 第一节 集合的概念与集合之间的关系

### 基础训练

#### 一、选择题

- 下列对象中能组成集合的是 ( )  
A. 好人  
B. 非常小的数  
C. 有趣的书  
D. 小于 5 的数
- 给出下面四个关系:① $0 \in \mathbf{Q}$ ;② $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$ ;③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$ ;④ $\emptyset \subseteq \{0\}$ ,其中正确的个数为 ( )  
A. 4  
B. 3  
C. 2  
D. 1
- 用列举法表示集合 $\{x|x^2-3x+2=0\}$ 的结果是 ( )  
A. (1,2)  
B. 1,2  
C. {1,2}  
D. 以上都不是
- 集合 $\{1,2,3,4\}$ 所有子集的个数是 ( )  
A. 8  
B. 14  
C. 15  
D. 16
- 下列选项中表述正确的是 ( )  
A. 由 1,3,5,7,5,3 组成的集合中有 6 个元素  
B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合  
C. 集合 $\{0\}$ 是空集  
D. 一年级(3)班的所有同学可以组成集合
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是 ( )  
A.  $\emptyset$   
B. {4,6,8}  
C. {3,5,7}  
D. {3,4,5,6,7,8}

#### 二、判断题(对的打“√”,错的打“×”)

- $\{0\}$ 不是空集. ( )
- $1 \in \mathbf{Q}$ . ( )
- 若集合  $A = \{1,2,3,4,5, \dots, n\}$ ,则此集合的真子集有  $2^n - 1$  个. ( )
- 集合 $\{1,2,3\}$ 与集合 $\{2,1,3\}$ 不是同一个集合. ( )

## 提升训练

### 一、选择题

1. 下列对象中能构成集合的是 ( )
- A. 世界著名的数学家                      B. 在数轴上与原点非常近的点  
C. 所有的等腰三角形                      D. 全年成绩优异的同学
2. 集合  $\{x-1, x^2-1, 2\}$  中的  $x$  不能取的值是 ( )
- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
3. 若集合  $M=\{3, 1, a-1\}$ ,  $N=\{-2, a^2\}$ ,  $N$  为  $M$  的子集, 则  $a$  的值是 ( )
- A. -1                      B. 1                      C. 0                      D. 3
4. 下列说法正确的有 ( )
- ①空集没有子集;  
②任何集合至少有两个子集;  
③空集是任何集合的真子集;  
④若  $\emptyset \subseteq A$ , 则  $A \neq \emptyset$ .
- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

### 二、填空题

5. 方程  $x^2+x-6=0$  的根的集合, 用描述法可表示为\_\_\_\_\_.
6. 集合  $\{-4, -2, 0, 2\}$  的非空子集有\_\_\_\_\_个.
7. 用适当的符号 ( $\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$ ) 填空.
- 3 \_\_\_\_\_  $\{2, 3\}$ ;                       $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;                       $\{1, 2, 3\}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;  
 $\mathbf{N}^*$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;                       $\{-3, 3\}$  \_\_\_\_\_  $\{x|x^2=9\}$ .

### 三、解答题

8. 已知集合  $A=\{0, 1, 2\}$ , 集合  $B=\{x|x=ab, a \in A, b \in A\}$ .
- (1) 用列举法写出集合  $B$ ;  
(2) 判断集合  $B$  和集合  $A$  的关系.
9. 已知集合  $\{1, a, b\}$  与  $\{-1, -b, 1\}$  是同一集合, 求实数  $a, b$  的值.

## 第二节 集合的运算

### 基础训练

#### 一、选择题

1. 已知集合  $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{2\}$                                       B.  $\{2, 4\}$   
C.  $\{2, 3, 4, 6, 8\}$                       D.  $\{3, 6, 8\}$
2. 已知集合  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A = \{1, 5, 7\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( )  
A.  $\{1, 3\}$                                       B.  $\{3, 7, 9\}$   
C.  $\{3, 5, 9\}$                                       D.  $\{3, 9\}$
3. 设集合  $A = \{x | -2 < x < 3\}, B = \{x | x \geq 1\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
A.  $\{x | 1 \leq x < 3\}$                               B.  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$   
C.  $\{x | x > -2\}$                                       D.  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 1\}$
4. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则满足条件的集合  $B$  的个数为 ( )  
A. 2    B. 4  
C. 8    D. 16
5. 设集合  $A = \{x | 2 \leq x < 4\}, B = \{x | 3x - 7 \geq 8 - 2x\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
A.  $\{x | x \geq 3\}$                                       B.  $\{x | x \geq 2\}$   
C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$                                       D.  $\{x | x \geq 4\}$
6. 集合  $A = \{0, 2, a\}, B = \{1, a^2\}$ . 若  $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ , 则  $a$  的值为 ( )  
A. 1    B. 2  
C. 3    D. 4

#### 二、判断题(对的打“√”,错的打“×”)

7. 集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}$ , 则  $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . ( )
8. 设  $U$  为全集, 则  $A \cup (\complement_U A) = U$ . ( )
9. 设  $A = \{x | x \geq 1\}, B = \{x | x < 4\}$ , 则  $A \cup B = \mathbf{R}$ . ( )
10. 若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cup B = B$ . ( )

## 提升训练

### 一、选择题

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 3\}$ ,  $B = \{-2, 0, 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{0, 1\}$  B.  $\{-1, 0, 1\}$   
C.  $\{-2, 0, 1\}$  D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 集合  $A = \{a, e\}$ ,  $B = \{a, e, d, c\}$ ,  $C = \{e, f\}$ , 则  $(A \cap B) \cup C =$  ( )  
A.  $\{a, e\}$  B.  $\{a, e, d, f\}$   
C.  $\{a, e, d, c\}$  D.  $\{a, e, f\}$
3. 已知  $M = \{(x, y) \mid x + y = 5\}$ ,  $N = \{(x, y) \mid x - y = 7\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
A.  $x = 1, y = 6$  B.  $(-1, 6)$   
C.  $\{6, -1\}$  D.  $\{(6, -1)\}$
4. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{5\}$ , 则  $(\complement_U A) \cup B =$  ( )  
A.  $\{5\}$  B.  $\{3, 4, 5\}$   
C.  $\{3, 4\}$  D.  $\{1, 2, 5\}$

### 二、填空题

5. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, a\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
6. 设集合  $A = \{x \mid x > -1\}$ ,  $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.
7. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x^2 \geq 1\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

8. 已知  $U = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 6\}$ ,  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 求  $\complement_U(A \cap B)$ ,  $\complement_U(A \cup B)$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .

9. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$ ,  $B = \{x \mid x < a\}$ . 若  $(\complement_U A) \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 第三节 充要条件

### 基础训练

#### 一、选择题

1. “ $x < -2$ ”是不等式“ $x^2 - 4 > 0$ ”成立的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
2. “ $A \cap B = A$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
3. 设甲是乙的充分不必要条件,乙是丙的充要条件,丁是丙的必要不充分条件,则甲是丁的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
4. “ $|x| \geq 1$ ”是“ $x \geq 1$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
5. “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”是“ $\tan \alpha = 1$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
6. 命题“ $x = 3$ ”是命题“ $x^2 = 9$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件

#### 二、判断题(对的打“√”,错的打“×”)

7. “ $x < 5$ ”是“ $x < 3$ ”成立的必要不充分条件. ( )
8. 方程  $x^2 - px + q = 0$  有实数解的充要条件是  $p^2 - 4q \geq 0$ . ( )
9. “两个三角形面积相等”是“两个三角形全等”的充要条件. ( )
10. “ $A = B$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的充分不必要条件. ( )



## 提升训练

### 一、选择题

1. “ $x < -1$  或  $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
2. 若  $a$  与  $b$  均为实数, 则“ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
3. 设  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
4. 在  $\triangle ABC$  中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $\angle A = 30^\circ$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件

### 二、填空题

5. “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的\_\_\_\_\_条件.  
6. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的\_\_\_\_\_条件.  
7. 已知  $m, n \in \mathbf{R}$ , 则“ $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的\_\_\_\_\_条件.

### 三、解答题

8. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

9. 求  $x^2 - 5x - 6 \leq 0$  的充要条件.

(赠册)

# 湖南省高职院校单独招生考试

## 总复习·数学

(含同步跟踪训练)

## 参考答案及解析



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

# 目 录

## 湖南省高职院校单独招生考试总复习·数学

第一章	集合	1
第二章	不等式	1
第三章	函数	2
第四章	指数函数与对数函数	3
第五章	三角函数	4
第六章	数列	6
第七章	平面向量	7
第八章	直线和圆的方程	7
第九章	圆锥曲线	8
第十章	立体几何	10
第十一章	概率与统计	11
第十二章	复数	12
第十三章	算法与程序框图	12

## 同步跟踪训练

第一章	集合	14
第二章	不等式	15
第三章	函数	17
第四章	指数函数与对数函数	19
第五章	三角函数	21
第六章	数列	26
第七章	平面向量	28
第八章	直线和圆的方程	30
第九章	圆锥曲线	32
第十章	立体几何	35
第十一章	概率与统计	37
第十二章	复数	41
第十三章	算法与程序框图	42

# 湖南省高职院校单独招生考试总复习·数学

## 第一章 集合

### 第一节 集合的概念与集合之间的关系

#### 【典例解析】

**变式训练 1** C 解析:由集合元素的确定性可知,“数学好”“与0接近”“优秀的”都是不确定的,故选C.

**变式训练 2** 6 解析:由题意可知  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ , 个数为6.

#### 变式训练 3

解:(1)  $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\} = \{x | x = n + 10, n \in \mathbf{N}^*\}$ .  
(2)  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\} = \{x | x = n^2, 1 \leq n \leq 6 \text{ 且 } n \in \mathbf{Z}\}$ .

**变式训练 4** A 解析:由空集的性质可知,①、②、③是错误的,故选A.

#### 变式训练 5

解:因为  $A = B$ , 所以  $\begin{cases} 1+m=n, \\ 1+2m=n^2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} 1+m=n^2, \\ 1+2m=n \end{cases}$ , 解得

$\begin{cases} m=0, \\ n=1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} m=-\frac{3}{4}, \\ n=-\frac{1}{2} \end{cases}$ , 当  $m=0, n=1$  时, 集合元素不

满足互异性, 舍去. 故  $m = -\frac{3}{4}, n = -\frac{1}{2}$ .

### 第二节 集合的运算

#### 【典例解析】

#### 变式训练 1

(1) C 解析:由于  $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 3\}$ , 根据交集的定义可得  $A \cap B = \{1\}$ .

(2) C 解析:由于  $A = \{0, 1\}, B = \{-1, 0\}$ , 根据并集的定义可得  $A \cup B = \{-1, 0, 1\}$ .

#### 变式训练 2

解:  $A \cap B = \{2, 3\}, A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \complement_U A = \{4\}, \complement_U B = \{0, 1\}$ , 所以  $\complement_U A \cup \complement_U B = \{0, 1, 4\}$ .

#### 变式训练 3

解:(1)由题意得  $\begin{cases} a+3 \leq 1, \\ a \geq -6, \end{cases}$  解得  $-6 \leq a \leq -2$ .

(2)由题意得  $a+3 < -6$  或  $a > 1$ , 解得  $a > 1$  或  $a < -9$ .

### 第三节 充要条件

#### 【典例解析】

**变式训练 1** A 解析:解不等式  $|x-2| < 3$  得  $-1 < x < 5$ . 因为  $0 < x < 5 \Rightarrow -1 < x < 5$ , 但  $-1 < x < 5 \not\Rightarrow 0 < x < 5$ , 所以甲是乙的充分不必要条件, 故选A.

#### 变式训练 2

解:因为  $p: x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$ ,

$q: -a < x - 1 < a, 1 - a < x < 1 + a (a > 0)$ .

由于  $q$  是  $p$  的一个必要不充分条件, 则  $\{x | -1 < x < 3\} \subsetneq \{x | 1 - a < x < 1 + a\} (a > 0)$ .

所以  $\begin{cases} 1-a \leq -1, \\ 1+a > 3, \end{cases}$  或  $\begin{cases} 1-a < -1, \\ 1+a \geq 3, \end{cases}$  解得  $a > 2$ . 即实数  $a$  的取值范围为  $(2, +\infty)$ .

## 第二章 不等式

### 第一节 不等式的基本性质与区间

#### 【典例解析】

#### 变式训练 1

解:(1)因为  $(a+1)(a+3) - (a-1)(a+5) = a^2 + 4a + 3 - (a^2 + 4a - 5) = 8 > 0$ ,

所以  $(a+1)(a+3) > (a-1)(a+5)$ .

(2)因为  $a^2 + 10 - 6a = (a-3)^2 + 1 > 0$ , 所以  $a^2 + 10 > 6a$ .

#### 变式训练 2

D 解析:取特殊值代入验证, 令  $a = 10, b = 5, c = 2$ , 可知选项 A, B, C 正确, 选项 D 错误, 所以答案选 D.

#### 变式训练 3

解:设  $z = 2x - 3y = a(x+y) + b(x-y)$ .

因为  $\begin{cases} a+b=2, \\ a-b=-3, \end{cases}$  所以  $\begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=\frac{5}{2}. \end{cases}$

又因为  $-2 < -\frac{1}{2}(x+y) < \frac{1}{2}, 5 < \frac{5}{2}(x-y) < \frac{15}{2}$ .

所以  $3 < -\frac{1}{2}(x+y) + \frac{5}{2}(x-y) < 8$ , 即  $3 < 2x -$

# 同步跟踪训练

## 第一章 集 合

### 第一节 集合的概念与集合之间的关系

#### 基础训练

##### 一、选择题

1-6 DACDDB

1. D 解析:“好”“非常小”“有趣”都是不确定的,故选 D.  
2. A 解析:正确理解符号 $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ 的意义.  
3. C 解析:掌握集合的两种表达方法.  
4. D 解析:子集的个数是 $2^n$ 个.  
5. D 解析:掌握集合的概念及其特征.

##### 二、判断题

7-10  $\checkmark \checkmark \checkmark \times$

#### 提升训练

##### 一、选择题

1-4 CBAA

1. C 解析:选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰,不能构成集合.  
2. B 解析:把四个选项中的值代入,根据集合中元素的互异性可知选 B.  
3. A 解析:根据题意可知 $a-1=-2$ ,解得 $a=-1$ ,然后代入 $a^2$ 中得 $N=\{-2,1\}$ ,故选 A.  
4. A 解析:本题考查空集的性质.

##### 二、填空题

5.  $\{x|x^2+x-6=0\}$

6. 15 解析:元素个数为 $n(n \in \mathbf{N}^*)$ 的集合的非空子集的个数为 $2^n-1$ ,代入计算得 15.

7.  $\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$

##### 三、解答题

8. 解:(1) $B=\{0,1,2,4\}$ .

(2)集合 A 中的元素都在集合 B 中,所以 $A \subseteq B$ .

9. 解:因为集合 $\{1,a,b\}$ 与 $\{-1,-b,1\}$ 是同一集合,所以 $\begin{cases} a=-1, & \text{或} & a=-b, \\ b=-b & & b=-1. \end{cases}$

若 $a=-1, b=-b=0$ ,符合题意.

若 $a=-b, b=-1$ ,则 $a=1$ ,不合题意,舍去.

综上, $a=-1, b=0$ .

## 第二节 集合的运算

### 基础训练

##### 一、选择题

1-6 BDCCBD

1. B 解析:由于集合 A, B 中有共同元素 2, 4, 故 $A \cap B = \{2, 4\}$ .  
2. D 解析:理解补集的定义,由已知可得 $\complement_U A = \{3, 9\}$ , 故选 D.  
3. C 解析:由已知可得 $A \cup B = \{x|x > -2\}$ .  
4. C 解析:根据题意可知集合 B 必包含元素 4. 根据 $\{1, 2, 3\}$ 的子集个数为 $2^3=8$ , 故集合 B 的个数为 8.  
5. B 解析: $B = \{x|3x-7 \geq 8-2x\} = \{x|x \geq 3\}$ , 根据并集的定义可知 $A \cup B = \{x|x \geq 2\}$ .  
6. D 解析:由题意可知 $A \cup B = \{0, 1, 2, a, a^2\} = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ . 所以 $\begin{cases} a=4, \\ a^2=16 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a=16, \\ a^2=4, \end{cases}$  解得 $a=4$  或无解, 故选 D.

##### 二、判断题

7-10  $\times \checkmark \checkmark \checkmark$

### 提升训练

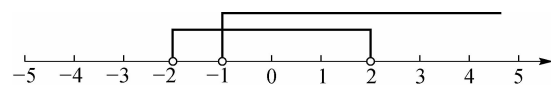
##### 一、选择题 1-4 CDDB

1. C 解析: $A = \{x \in \mathbf{Z} | |x| < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  
 $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-2, 0, 1\} = \{-2, 0, 1\}$ , 故选 C.  
2. D 解析: $A \cap B = \{a, e\}$ ,  $(A \cap B) \cup C = \{a, e, f\}$ . 故选 D.  
3. D 解析: $M \cap N = \{(6, -1)\}$ . 故选 D.  
4. B 解析:因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$ , 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$ .

##### 二、填空题

5. 4 解析:因为 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $4 \notin A$ , 所以 $4 \in B$ , 所以 $a=4$ .

6.  $\{x|x > -2\}$  解析:根据题意,作出数轴表示 A, B.



由图可得 $A \cup B = \{x|x > -2\}$ .

7.  $(-1, 1)$

### 三、解答题

8. 解: 因为  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cap B = \emptyset$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 故  $\complement_U(A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $\complement_U(A \cup B) = \{5\}$ . 又因为  $\complement_U A = \{2, 4, 5\}$ ,  $\complement_U B = \{1, 3, 5\}$ , 所以  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5\}$ .

9. 解: 因为  $A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$ , 所以  $\complement_U A = \{x | 3 \leq x < 7\}$ .  
又  $(\complement_U A) \cap B \neq \emptyset$ , 所以  $a > 3$ , 即实数  $a$  的取值范围为  $\{a | a > 3\}$ .

## 第三节 充要条件

### 基础训练

#### 一、选择题

1-6 ACABAA

1. A 解析:  $x < -2 \Rightarrow x^2 - 4 > 0$ , 而  $x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x < -2$ , 所以答案选 A.

2. C 解析:  $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$ , 且  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ , 所以答案选 C.

3. A 解析: 根据题意,  $\text{甲} \Rightarrow \text{乙}$ ,  $\text{乙} \Leftrightarrow \text{丙}$ ,  $\text{丙} \Rightarrow \text{丁}$ , 所以  $\text{甲} \Rightarrow \text{丁}$ . 答案选 A.

4. B 解析:  $x \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$ , 而  $|x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$ , 所以答案选 B.

5. A 解析:  $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan \alpha = 1$ , 而  $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ , 所以答案选 A.

#### 二、判断题

7-10  $\checkmark \checkmark \times \checkmark$

### 提升训练

#### 一、选择题

1-4 CBBB

1. C 解析:  $(x-2)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ 或 } x > 2$ , 所以“ $x < -1$  或  $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的充要条件. 故选 C.

3. B 解析: 由  $ac^2 > bc^2$  得  $a > b$ . 当  $c = 0$  时,  $a > b$  不能推出  $ac^2 > bc^2$ , 所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

4. B 解析:  $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle A = 30^\circ \text{ 或 } 150^\circ$ , 所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $\angle A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

#### 二、填空题

5. 充分不必要 解析: 可通过画集合的 Venn 图得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.

6. 必要不充分 解析: 由  $x^2 - x - 2 < 0$  解得  $-1 < x < 2$ . 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所

以“ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的必要不充分条件.

7. 充要 解析: 因为  $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$  且  $n \neq 0$ , 所以“ $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

### 三、解答题

8. 解: 解不等式  $x^3 \geq 8$  可得  $x \geq 2$ ; 解不等式  $x^2 \geq 4$  可得  $x \geq 2$  或  $x \leq -2$ .

因此, “ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的充分不必要条件.

9. 解:  $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$ .

故“ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ”的充要条件为“ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

## 第二章 不等式

### 第一节 不等式的基本性质与区间

#### 基础训练

#### 一、选择题

1-6 CDDBCA

#### 二、判断题

7-10  $\checkmark \times \times \checkmark$

#### 提升训练

#### 一、选择题

1-4 ADBC

1. A 解析: 取两个区间的交集, 就是求两个区间中的公共部分.

2. D 解析: 因为  $a + b > 0$ ,  $b < 0$ , 所以  $a > 0$ ,  $-a < 0$ ,  $-b > 0$ , 且  $a > -b$ ,  $b > -a$ , 于是  $a > -b > b > -a$ . 故选 D.

3. B 解析: 若  $a > b > 0$ ,  $c > d > 0$ , 则  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ,  $\frac{a}{d} > \frac{b}{d}$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{a}{d}$ ,  $\frac{b}{c} < \frac{b}{d}$ , 所以  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ . 故选 B.

4. C 解析: 因为  $a > b$ ,  $c^2 + 1 \geq 1$ , 所以  $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$ . 故选 C.

#### 二、填空题

5.  $[1, +\infty)$

6.  $>$  解析: 因为  $a > b > 0$ , 所以  $a(a+b) - a^2 = a^2 + ab - a^2 = ab > 0$ , 即得  $a(a+b) > a^2$ .

7.  $>$  解析: 因为  $m^4 + n^4 - (m^3n + mn^3) = (m-n) \cdot (m^3 - n^3) = (m-n)^2 \cdot (m^2 + mn + n^2) > 0$ , 所以  $m^4 + n^4 > m^3n + mn^3$ .

#### 三、解答题

8. 解: 因为  $(x^2 + 2)^2 - (x^4 + x^2 + 3) = (x^4 + 4x^2 + 4) - (x^4 + x^2 + 3) = 3x^2 + 1 > 0$ , 所以  $(x^2 + 2)^2 > x^4 + x^2 + 3$ .

9. 解: 若 ①② 成立, 则  $ab \cdot \left(-\frac{c}{a}\right) < ab \cdot \left(-\frac{d}{b}\right)$ , 即