数学

学习辅导与提升训练

（基础模块）上册

选题策划：金颖杰
责任编辑：张　昕
封面设计：刘文东

ISBN 978-7-5661-3133-1

9 787566 131331 >

定价：26.00元

数学学习辅导与提升训练（基础模块）上册

主编　张良朋　郑向军　白继萍　于春红

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

X-A

数学

学习辅导与提升训练

主编　张良朋　郑向军　白继萍　于春红

（基础模块）上册

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

数学

学习辅导与提升训练

主　编　张良朋　郑向军　白继萍　于春红
副主编　王小华

（基础模块）上册

哈爾濱工程大學出版社
Harbin Engineering University Press

内 容 简 介

本书是《数学:基础模块.上册》的配套用书,全书共分为5个单元,包括集合,不等式,函数,幂函数、指数函数与对数函数,三角函数.每单元按照“知识梳理”“典例精解”“自我检测”“单元检测”组织内容.

本书可作为中等职业学校各专业数学课程的配套辅助用书和学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

数学学习辅导与提升训练:基础模块.上册 / 张良朋等主编. — 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2021.6(2023.7重印)

ISBN 978-7-5661-3133-1

Ⅰ.①数… Ⅱ.①张… Ⅲ.①数学课-中等专业学校-教学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2021)第122278号

数学学习辅导与提升训练:基础模块.上册

SHUXUE XUEXI FUDAO YU TISHENG XUNLIAN JICHU MOKUAI SHANGCE

选题策划 金颖杰
责任编辑 张 昕
封面设计 刘文东

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区南通大街145号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 三河市龙大印装有限公司
开　　本 787 mm×1 092 mm 1/16
印　　张 8
字　　数 165千字
版　　次 2021年6月第1版
印　　次 2023年7月第2次印刷
定　　价 26.00元

http://www.hrbeupress.com
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前言 PREFACE

本书是《数学:基础模块. 上册》的配套用书. 本书编写的目的是使学生通过对教材内容的反思,深化理解教学内容;通过知识检测,掌握基础知识和基本技能,提高应用数学知识分析问题的能力.

本书根据配套教材的章节顺序进行编写,每单元按照“知识梳理”“典例精解”“自我检测”“单元检测”组织内容.

“知识梳理”对知识点进行了重点讲解.

“典例精解”针对甄选的例题进行讲解,给出了详细的解题思路.

“自我检测”针对每小节知识点设置了练习题,以帮助学生巩固所学知识,提高答题能力.

“单元检测”用来对整个单元的知识点进行检测,以帮助学生巩固知识,查漏补缺.

本书的编写以教育部颁布的《中等职业学校数学课程标准》(2020 年版)为依据,努力体现“以服务为宗旨,以就业为导向”的职业教育办学方针,遵循培养高素质劳动者和技能型人才的教学目标.

本书由张良朋(淄博师范高等专科学校)、郑向军(成都机电工程学校)、白继萍(河南省外贸学校)和于春红(河北省故城县职业技术教育中心)任主编,王小华(青龙满族自治县职业技术教育中心)任副主编.

由于编者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正,提出宝贵的意见和建议.

编　者

目录

CONTNETS

第 1 单元

集　合

1.1　集合及其表示

1.1.1　集合的概念

知识梳理

1. 集合

由某些指定的对象汇集在一起所组成的整体叫作集合，简称集，常用大写英文字母 A，B，C，…来表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素，常用小写英文字母 a，b，c，…来表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 集合的分类

(1)按元素个数分类.

①有限集. 含有有限个元素的集合叫作有限集.

②无限集. 含有无限个元素的集合叫作无限集.

③空集. 不含任何元素的集合叫作空集，记作$\varnothing$.

(2)按元素的特征分类.

①数集. 由数所组成的集合称作数集.

②点集.由点所组成的集合称作点集.

5.常用的数集

(1)自然数集.所有非负整数所组成的集合叫作自然数集，记作 $\mathbf{N}$；

(2)正整数集.所有正整数所组成的集合叫作正整数集，记作 $\mathbf{N}^*$；

(3)整数集.所有整数组成的集合叫作整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

(4)有理数集.所有有理数组成的集合叫作有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

(5)实数集.所有实数组成的集合叫作实数集，记作 $\mathbf{R}$.

典例精解

例1 在下列每组对象中，能构成集合的是________.

(1)我国著名的数学家；

(2)大于5的所有自然数；

(3)某校今年新入学的高个子学生；

(4)方程 $x-2=0$ 的实数解；

(5)在直角坐标平面内，第一象限的所有点.

解析 (1)“我国著名的数学家”不是一个明确的标准，不能构成一个集合；(3)“高个子学生”这一标准也不确定，无法判定某人是高还是矮，也不能构成集合；(2)(4)的对象是确定的，(5)中的对象虽然有无限个，但是它也是确定的.所以(2)(4)(5)能构成集合.

技巧点拨 判断某组对象能否构成集合，关键看对象是否为整体的、确定的.标准一定要是明确的，不能模糊，否则无法判断.

【变式训练1】 下列语句中，能构成集合的是(　　).

A.班里数学好的同学　　B.与1接近的全体实数

C.大于π的自然数　　D.优秀的中等职业学校

例2 下列元素与集合的关系错误的是(　　).

A.$1\in\mathbf{R}$　　B.$-6\in\mathbf{Z}$　　C.$\frac{1}{2}\in\mathbf{N}^*$　　D.$-\frac{3}{4}\in\mathbf{Q}$

解析 $\mathbf{R}$ 表示实数集，$\mathbf{Z}$ 表示整数集，$\mathbf{N}^*$ 表示正整数集，$\mathbf{Q}$ 表示有理数集.因为 $\frac{1}{2}$ 不是正整数，所以选项C错误.

技巧点拨 除了掌握几个常用数集符号的含义外，还要掌握数的含义及范围.

【变式训练2】 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

(1)0 ________ $\mathbf{N}^*$；(2)-2 ________ $\mathbf{N}^*$；(3)$\frac{3}{2}$ ________ $\mathbf{N}^*$；

(4)3 ________ $\mathbf{N}$；(5)-4 ________ $\mathbf{N}$；(6)$\frac{1}{4}$ ________ $\mathbf{N}$；

(7)5 ________ $\mathbf{Z}$；(8)-6 ________ $\mathbf{Z}$；(9)$\frac{5}{6}$ ________ $\mathbf{Z}$；

(10)7 ________ $\mathbf{R}$；(11)-8 ________ $\mathbf{R}$；(12)$\frac{7}{8}$ ________ $\mathbf{R}$.

自我检测

1. 选择题.

(1)下列选项中,能构成集合的是(　　).

A. 有趣的书　　B. 非常小的数　　C. 好听的歌　　D. 小于 3 的数

(2)下列选项中,可以确定一个集合的是(　　).

A. 全体有理数　　B. 无限趋近于 2 的实数

C. 由 1,2,3,3,4,4,5,6,8 构成的全体　　D. 班里个子高的男生

(3)下列选项中,表述正确的是(　　).

A. 由 1,3,5,7,5,3 组成的集合中,有 6 个元素

B. 周长为 16 cm 的三角形组成的集合是有限集合

C. 集合$\{0\}$是空集

D. 一年级(3)班的所有同学可以组成集合

(4)下列各组中,能构成集合的个数是(　　).

①接近于 π 的数的全体;

②比较小的正整数全体;

③平面上到点 O 的距离等于 1 的点的全体;

④正三角形的全体;

⑤$\sqrt{3}$的近似值的全体.

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

(5)下列选项中,能构成集合的是(　　).

A. 一切很大的数　　B. 在数轴上与原点非常近的点

C. 所有的等腰三角形　　D. 全年级成绩中等的同学

2. 用符号"$\in$"或"$\notin$"填空.

(1)0 ________ $\{0\}$;(2)3.14 ________ $\mathbf{R}$;(3)$\sqrt{2}$________ $\mathbf{Q}$;

(4)0 ________ $\varnothing$;(5)a ________ $\{a,b,c\}$;(6)-3 ________ $\mathbf{N}$;

(7)$\dfrac{2}{3}$________ $\mathbf{N}^*$;(8)$\sqrt{5}$________ $\mathbf{R}$;(9)-1 ________ $\mathbf{Z}$.

3. 已知 1 是由$|a+1|$,$a+2$ 组成的集合中的元素,求实数 a 的值.

1.1.2 集合的表示方法

知识梳理

1. 列举法

把集合的元素一一列举出来,元素中间用逗号隔开,写在花括号"$\{\}$"中用来表示集合,

这种方法即为列举法.

2. 描述法

把描述集合中元素的特征、性质或表示集合中元素的规律写在花括号“{}”内用来表示集合的方法叫作描述法. 描述法表示集合的一般形式是$\{x \mid p(x)\}$，其中“x”是集合中元素的代表形式，“$p(x)$”是集合中元素的共同特征，两者之间的竖线不可省略.

典例精解

例 1 用列举法表示下列集合.

(1)$A=\{x \mid -2<x<5, x \in \mathbf{Z}\}$；

(2)$B=\{(x, y) \mid 2x+y=5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

解析 (1)$A=\{-1,0,1,2,3,4\}$；(2)$B=\{(0,5),(1,3),(2,1)\}$.

技巧点拨 掌握集合的两种表示方法.

【变式训练 1】 用合适的方法表示下列集合.

(1)11,12,13,14,15,…；(2)$\{1,4,9,16,25,36\}$.

例 2 已知集合$A=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \leqslant 3, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$，则 A 中元素的个数为(　　).

A. 9　　B. 8　　C. 5　　D. 4

解析 由$x^2+y^2 \leqslant 3$可知，$-\sqrt{3} \leqslant x \leqslant \sqrt{3}$，$-\sqrt{3} \leqslant y \leqslant \sqrt{3}$. 又因为$x \in \mathbf{Z}$，$y \in \mathbf{Z}$，所以$x \in \{-1,0,1\}$，$y \in \{-1,0,1\}$. 所以 A 中元素的个数为 9.

技巧点拨 对于求解集合中元素个数的题目，首先求出集合，然后根据集合中元素的互异性或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.

【变式训练 2】 已知集合$A=\{1,2,4\}$，集合$B=\{x \mid x=a+b, a \in A, b \in A\}$，则集合 B 中元素的个数为________.

自我检测

1. 选择题.

(1)用列举法表示集合$\{x \mid x^2-3x+2=0\}$的结果是(　　).

A. $(1,2)$　　B. 1,2　　C. $\{1,2\}$　　D. 以上都不是

(2)用列举法表示“大于 2 且小于 9 的偶数的全体”构成的集合是(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{4,6,8\}$　　C. $\{3,5,7\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

(3)用描述法表示“绝对值等于 1 的所有整数”组成的集合是(　　).

A. $\{-1,1\}$　　B. $(-1,1)$

C. $\{x \mid |x|=1, x \in \mathbf{Z}\}$　　D. $\{x \mid x=1, x \in \mathbf{Z}\}$

(4)不大于 3 的正整数的集合是(　　).

A. $\{0,1,2,3\}$　　B. $\{1,2,3\}$

C. $\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 3\}$　　D. $\{x \mid x \leqslant 3\}$

(5)由坐标平面内不在坐标轴上的点组成的集合是(　　).

A. $\{(x,y)\mid x\neq 0\}$　　B. $\{(x,y)\mid y\neq 0\}$

C. $\{(x,y)\mid xy\neq 0\}$　　D. $\{(x,y)\mid xy=0\}$

(6)用列举法表示“大于2且小于5的整数”构成的集合是(　　).

A. $\{x\mid 2<x<5\}$　　B. $\{x\mid 2<x<5, x\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{2,3,4,5\}$　　D. $\{3,4\}$

2. 用列举法表示下列各集合.

(1)由大于0而小于10的奇数组成的集合;

(2)中国的直辖市.

3. 用描述法表示下列各集合.

(1)足球,篮球,乒乓球,…;

(2)大于3的实数所组成的集合.

4. 用合适的方法表示下列各集合.

(1)2021年某中等职业学校入学的新生;

(2)方程 $2x-3=7$ 的解.

5.分别用列举法和描述法表示“由 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50 组成的集合”.

1.2 集合之间的关系

1.2.1 子集和真子集

知识梳理

1.子集

一般地,对于两个集合 A,B,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$.

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A\subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\varnothing\subseteq A$;对集合 A,B,C,若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

2.真子集

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A,则 A 是 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A,B,C,若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

典例精解

例 设集合 $A=\{0\}$,下列结论正确的是(　　).

A. $A=0$　　　　B. $A\subseteq\varnothing$

C. $0\in A$　　　　D. $\varnothing\in A$

解析 本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系.答案选 C.

技巧点拨 正确理解符号 $\in$,$\notin$,$\subseteq$,$\subsetneqq$ 的意义是正确处理此类问题的关键.

【变式训练】 下列说法中,正确的有(　　)个.

①空集没有子集;②任何集合至少有两个子集;③空集是任何集合的真子集;④若$\varnothing \subsetneqq A$,则$A \neq \varnothing$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

自我检测

1. 选择题.

(1)下面四个关系中,正确的个数为(　　).

①$0 \in \mathbf{Q}$;　②$\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$;　③$\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$;　④$\varnothing \subsetneqq \{0\}$.

A. 4个　　B. 3个　　C. 2个　　D. 1个

(2)集合$\{1,2,3,4\}$所有子集的个数是(　　).

A. 8　　B. 14　　C. 15　　D. 16

(3)下列集合中,是集合$\{3,5\}$的真子集的是(　　).

A. $\{3,5\}$　　B. $\{\varnothing\}$　　C. $\{1,3,5\}$　　D. $\{3\}$

2. 判断集合A与集合B之间的关系.

(1)$A=\{0,1,2\}$,$B=\{x \mid -1<x<3\}$;

(2)$A=\{0,1\}$,$B=\{x \mid x-1=0\}$;

3. 已知集合$A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$,$B=\{x \mid ax+2=0\}$,且$B \subsetneqq A$,求实数a的值组成的集合.

4.已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，集合 $B=\{y\mid y=x^2,x\in A\}$，求集合 B，并判断集合 A 与集合 B 之间的关系.

1.2.2 集合相等

知识梳理

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$(A，B 的所有元素均相等).

典例精解

例 1 已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 p 的取值范围.

解析 由题意得：$A=\{-1,2\}$，因为 $B\subseteq A$，所以 $B=\varnothing$ 或 $B=\{-1\}$ 或 $B=\{2\}$ 或 $B=\{-1,2\}$.

又因为 $B=\{x\mid x^2-4x+p=0\}$，所以 $B=\{-1,2\}$ 不成立.

当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=(-4)^2-4p=16-4p<0$，解得 $p>4$；

当 $B=\{-1\}$ 时，$\begin{cases}\Delta=16-4p=0\\(-1)^2-4\times(-1)+p=0\end{cases}$，无解；

当 $B=\{2\}$ 时，$\Delta=16-4p=0$，$2^2-4\times2+p=0$，解得 $p=4$.

综上，实数 p 的取值范围是 $p\in[4,+\infty)$.

技巧点拨 两个集合包含或相等关系的问题，通过建立方程(组)，然后解出未知数，最后利用集合元素的特征进行检验即可.

【变式训练 1】 已知集合 $A=\{-1,4\}$，集合 $B=\{a+1,a^2\}$，若 $A=B$，求 a 的值.

例2 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x\mid -1<x<3, x\in \mathbf{Z}\}$，则（　　）

A. $A\in B$　　B. $A\subseteq B$　　C. $B\subseteq A$　　D. $A=B$

解析 将集合 A 的元素代入集合 B 中，可知 $A=B$，故选项 D 正确.

技巧点拨 要判断两个集合是否相等，对于元素较少的有限集，主要看它们的元素是否完全相同.

【变式训练 2】 已知集合 $A=\{1,1+m,1+2m\}$，$B=\{1,n,n^2\}$，其中 $m,n\in \mathbf{R}$，若 $A=B$，求 m,n 的值.

自我检测

1. 选择题.

(1)下列选项中，正确的是（　　）.

A. $\{a\}\in\{a,b\}$　　B. $a\subseteq\{a,b\}$　　C. $\{a,b\}=\{b,a\}$　　D. $0\in\varnothing$

(2)已知集合 $A=\{x\mid -1<x<5\}$，集合 $B=\{x\mid 0<x<2\}$，则（　　）.

A. $A=B$　　B. $A\subseteq B$　　C. $B\in A$　　D. $B\subseteq A$

(3)若集合 $A=\{0,1,3,5\}$，$B=\{1,5\}$，则下列选项中，正确的是（　　）.

A. $A=B$　　B. $A\subseteq B$　　C. $B\in A$　　D. $B\subseteq A$

(4)设集合 $A=\{1,2m+1\}$，$B=\{3,1\}$，若 $A=B$，则 $m=$（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 若集合 $\left\{a,\dfrac{b}{a},1\right\}=\{a^2,a+b,0\}$，则 $a-b=$________.

3. 若 $\{a,0,-1\}=\{4,b,0\}$，则 $a=$________，$b=$________.

4. 集合 $A=\{x\mid x-4=0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2-2(a+1)x+a^2-1=0\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的值.

1.3　集合的运算

1.3.1　交集

知识梳理

一般地，由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$.

性质：

(1)$A\cap B=B\cap A$.

(2)$A\cap A=A$.

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing$.

(4)$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

典例精解

例 1　已知集合 $M=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$N=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

解析　如图 1-1 所示，要使 $M\cap N=\varnothing$，必须满足 $\begin{cases}a+3\leqslant 5\\ a\geqslant -1\end{cases}$，解得 $-1\leqslant a\leqslant 2$，所以实数 a 的取值范围为 $\{a|-1\leqslant a\leqslant 2\}$.

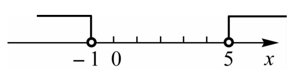


图 1-1

技巧点拨　解题时利用数轴表示集合，便于寻求满足条件的实数 a. 特别需要注意的是"端点值"的问题，是能取"="还是不能取"=".

【变式训练 1】　已知 $A=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x|x>1$ 或 $x<-6\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的取值范围.

例2　集合 $A=\{x|0\leqslant x<2\}$，集合 $B=\{x|x^2-2x-3<0\}$，求 $A\cap B$.

解析　$B=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$，所以 $A\cap B=\{x|0\leqslant x<2\}$.

技巧点拨　考查对集合运算的理解及性质的运用.

【变式训练2】　集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，求 $A\cap B$.

自我检测

1. 选择题.

(1)设集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{4,5,6\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3,4,5,6\}$

(2)设集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{b,c\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{b\}$

C. $\{a,c\}$　　D. $\{a,b,c\}$

(3)已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x|x<0\}$，则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{-1\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,1\}$

2. 求下面两个集合的交集.

(1)$A=\{x|-1<x\leqslant 3\}$，$B=\{x|-2\leqslant x<1\}$；

(2)$A=\{x|x$ 是直角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$；

3. 已知集合 $A=\{x|x-1<0\}$，集合 $B=\{x|a-1<x<a^2\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

1.3.2 并集

知识梳理

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$.

1. 性质

(1)$A\cup B=B\cup A$.

(2)$A\cup A=A$.

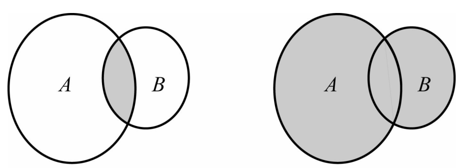
(3)$A\cup\varnothing=A$.

(4)$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

(5)若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

2. 图示两个集合的交集、并集

(1)用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-2).



(a)$A\cap B$　　(b)$A\cup B$

图 1-2

(2)借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-3).

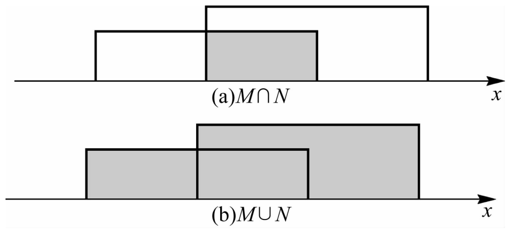


图 1-3

典例精解

例 1　若集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{1,2,3\}$　　　　B. $\{1,3\}$

C. $\{2,3,5\}$　　　　D. $\{1,2,3,5\}$

解析　$A\cup B$ 是指集合 A，B 中所有元素构成的集合，故选 D.

技巧点拨　区分交集与并集的概念，在进行运算时注意集合的互异性和无序性.

【变式训练 1】　已知集合 $A=\{2,4\}$，$A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$，写出集合 B 的所有可能结果.

例 2　已知集合 $A=\{x\mid 1<x<4\}$，集合 $B=\{x\mid a<x<a+1\}$，若 $A\cup B=A$，则实数 a 的取值范围是________.

解析　根据题意可知，$\begin{cases}a\geqslant 1\\ a+1\leqslant 4\end{cases}$，解得 $1\leqslant a\leqslant 3$.

技巧点拨　考查并集的性质.

【变式训练 2】　已知集合 $A=\{x\mid -1<x<6\}$，集合 $B=\{x\mid 2a<x<a^2+1\}$，当 $a=-1$ 时，求 $A\cup B$.

自我检测

1. 选择题.

(1)已知集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，则下列选项中，正确的是(　　).

A. $A\subseteq B$　　　　B. $B\subseteq A$

C. $A\cap B=\{3,4\}$　　　　D. $A\cup B=\{0,1,2,5\}$

(2)已知集合 $M=\{x|1<x<5\}$，$N=\{x|-2<x<2\}$，则 $N\cup M=($　　$)$.

A. $\{x|-2<x<5\}$　　B. $\{x|1<x<2\}$

C. $\{x|1<x<5\}$　　D. $\{x|-2<x<2\}$

(3)已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,2,4\}$，则 $A\cup B=($　　$)$.

A. $\{-1,1\}$　　B. $\{-1,0,1,2,4\}$

C. $\{0\}$　　D. $\{-1,1,2,4\}$

2. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,a\}$，$A\cap B=\{1,3\}$，则 $A\cup B=$____________.

3. 若集合 $A=\{2,3,a^2+4a+2\}$，$B=\{0,7,2-a,a^2+4a-2\}$，且 $A\cap B=\{3,7\}$，求 a 的值及 $A\cup B$.

4. 已知集合 $A=\{x|-3\leqslant x<5\}$，$B=\{x|m-2<x<2m+1\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 m 的取值范围.

1.3.3 全集和补集

知识梳理

1. 全集

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，则称这个集合为全集，通常用 U 表示.

2. 补集

对于一个集合 A,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$.

性质:

(1)$\complement_U(\complement_U A)=A$.

(2)$\complement_U\varnothing=U$,$\complement_U U=\varnothing$.

(3)$A\cup(\complement_U A)=U$.

(4)$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

典例精解

例 U 为全集,集合 $M\subsetneqq U$,$N\subsetneqq U$,且 $N\subseteq M$,则(　　).

A. $(\complement_U M)\supseteq(\complement_U N)$　　B. $(\complement_U M)\supseteq N$

C. $(\complement_U M)\subseteq(\complement_U N)$　　D. $M\supseteq(\complement_U N)$

解析 根据各集合之间的关系作图(图 1-4),这样就很容易做出判断,故选 C.

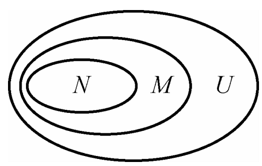


图 1-4

技巧点拨 (1)考虑集合之间的关系,用图形解答比较方便.

(2)在数学中利用"数形结合"的思想,往往能使问题简单化.

【变式训练】 U 为全集,M,N 为两个非空集合,且满足 $M\cap N=M$,则下列正确的是(　　).

A. $M\subsetneqq N$　　B. $N\subsetneqq M$

C. $M=N$　　D. $M\cap(\complement_U N)=\varnothing$

自我检测

1. 选择题.

(1)设全集 $U=\{1,2,3,4\}$,集合 $A=\{2,3\}$,$B=\{1,4\}$,则 $\complement_U B\cap A=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{1,4\}$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

(2)已知全集为 $\mathbf{R}$,集合 $A=\{-1,0,1,2\}$,$B=\{x\mid 0<x<2\}$,则 $A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=$(　　).

A. $\{-1\}$　　B. $\{-1,0,2\}$

C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\{0,2\}$

(3)已知集合 $A=\{x\mid -3<x<5\}$,$B=\{x\mid 0<x<3\}$,则 $\complement_A B=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{x\mid -3<x<3\}$

C. $\{x\mid -3<x<0\}$　　D. $\{x\mid -3<x\leqslant 0$ 或 $3\leqslant x<5\}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x \mid x<0\}$,$B=\{x \mid -3\leqslant x<5\}$,求 $\complement_U A$,$\complement_U B$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,5\}$,集合 $A=\{1,|m-3|,5\}$,$\complement_U A=\{3\}$,求 m 的值.

4. 设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,若集合 $A=\{b,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a,b 的值.

第 1 单元检测

1. 选择题.

(1)集合$\{1,2,3\}$的真子集共有(　　).

A. 5 个　　B. 6 个

C. 7 个　　D. 8 个

(2)设集合 $A=\{-1,0,1\}$,$B=\{0\}$,则下列关系中正确的是(　　).

A. $B\in A$　　B. $B\notin\varnothing$

C. $B\supsetneqq A$　　D. $B\subsetneqq A$

(3)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{2,4,6\}$,集合 $B=\{1,3,5\}$,则$\complement_U A\cup B=$(　　).

A. $\varnothing$　　　　B. U

C. A　　　　D. B

(4)已知集合 $A=\{x \mid -1<x<3\}$,$B=\{x \mid x>a\}$,若 $A\cap B\neq\varnothing$,则 a 的取值范围为(　　).

A. $a<-1$　　　　B. $a>3$

C. $-1<a<3$　　　　D. $a<3$

(5)已知集合 $A=\{x|2\leqslant x<4\}$,$B=\{x|3x-7\geqslant 8-2x\}$,则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{x|x\geqslant 2\}$　　　　B. $\{x|x\geqslant 3\}$

C. $\{x|3\leqslant x<4\}$　　　　D. $\mathbf{R}$

2. 填空题.

(1)已知集合 $A=\{x \mid x<-1\}$,$B=\{x \mid x<5\}$,则 $A\cap B=$______,$A\cup B=$______.

(2)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x \mid x\leqslant -2\}$,$B=\{x \mid 0\leqslant x<10\}$,则$\complement_U A=$________,$\complement_U B=$________.

(3)方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集可表示为__________.

(4)已知集合 $A=\{1,2,3\}$,集合 B 满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$,则符合条件的集合 B 有________个.

(5)已知集合 $A=\{2,2m+1\}$,$B=\{m^2+1,2\}$,若 $A=B$,则 $m=$________.

3. 试判断集合 $A=\{x \mid x^2-4=0\}$与集合 $B=\{x||x|-2=0\}$的关系.

4. 用适当的方法表示下列集合.

(1)不小于 10 的所有自然数组成的集合;

(2)二元一次方程组$\begin{cases}2x+y=7,\\x-y=-1\end{cases}$的解集.

5.已知集合$A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{1,3,5,7\}$,试写出$A\cap B$的所有子集,并指出其中的真子集.

6.设全集$U=\mathbf{R}$,集合$A=\{x\mid -1<x<3\}$,$B=\{x\mid 0\leqslant x<5\}$,试求$A\cap B$,$A\cup B$,$\complement_U A$,$\complement_U B$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$,$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.