

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习 (基础模块·上)

主编 杨鹏 何德东

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学同步提升与练习(基础模块·上)

主编 杨鹏 何德东

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

数学

同步提升与练习 (基础模块·上)



定价: 29.90元

选题策划: 苏莉 李家隆
责任编辑: 张佳凯
封面设计: 刘文东

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习

(基础模块·上)

主编 杨 鹏 何德东



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程改革规划新教材《数学(基础模块)上册》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本单元知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。

巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分。通过自我检测,使学生及时做到查漏补缺,确保当堂内容当堂清。

单元测试题——通过单元测试,既能强化学生对相应单元知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,培养学生的数学思想及解题技巧。

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第一单元 集合 1

1.1 集合及其表示	1
1.2 集合之间的关系	9
1.3 集合的运算	13
第一单元测试题	22

第二单元 不等式 25

2.1 不等式的基本性质	25
2.2 区间	31
2.3 一元二次不等式	34
2.4 含绝对值的不等式	37
2.5 不等式应用举例	41
第二单元测试题	44

第三单元 函数 46

3.1 函数的概念	47
3.2 函数的表示方法	50
3.3 函数的性质	55
3.4 函数的应用	65
第三单元测试题	69

第四单元 指数函数与对数函数 72

4.1 实数指数幂	73
-----------------	----



4.2 指数函数	80
4.3 对数	84
4.4 对数函数	90
4.5 指数函数与对数函数的应用	93
第四单元测试题	96

第五单元 三角函数 99

5.1 角的概念的推广	100
5.2 弧度制	106
5.3 任意角的三角函数	109
5.4 同角三角函数的基本关系	116
5.5 诱导公式	119
5.6 正弦函数的图像和性质	123
5.7 余弦函数的图像和性质	128
5.8 已知三角函数值求角	131
第五单元测试题	135

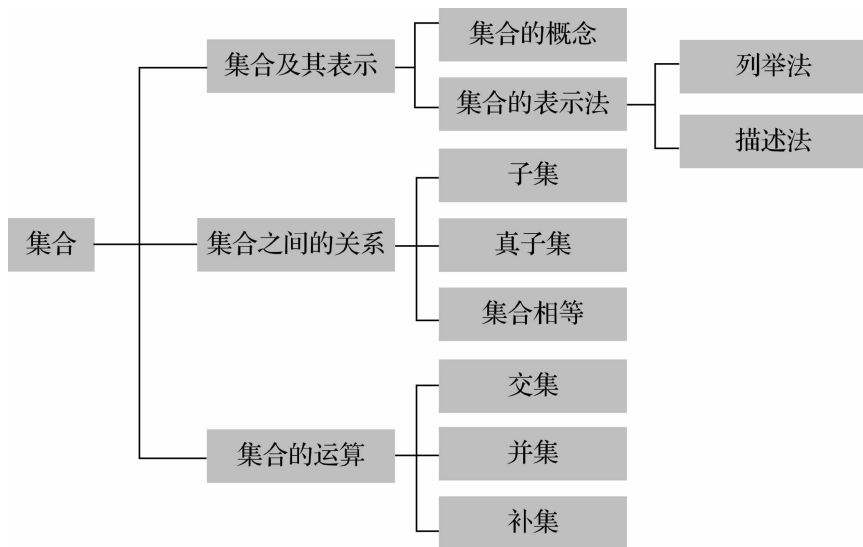
期末测试题 138

第一单元

集 合



知识脉络



1.1 集合及其表示



1.1.1 集合的概念



学习目标

1. 了解集合的概念.
2. 理解元素与集合之间的关系.
3. 了解空集、有限集和无限集的含义.
4. 掌握常用数集的表示符号.



知识梳理

1. 概念:由一些确定的_____所组成的_____就称为集合(简称集);集合中的每个确定的对象叫作这个集合的_____.

2. 集合与元素的符号:集合通常用大写字母表示,如 A, B, C, \dots .

集合中的元素通常用小写字母表示,如 a, b, c, \dots .

3. 集合与元素的关系:

如果 a 是集合 A 中的元素,就说 a _____ A , 记作 a _____ A , 读作“ a _____ A ”.

如果 b 不是集合 A 中的元素,就说 b _____ A , 记作 b _____ A , 读作“ b _____ A ”.

4. 元素个数有限的集合称为_____. 元素个数无限的集合称为_____.

5. 没有任何元素的集合称为_____, 记作_____, 空集也是有限集.

6. 由数组成的集合称为数集. 常见的数集及其符号如下表:

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	_____	_____	_____	_____	_____

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 下列各题中的每组对象能否确定一个集合?若能,则构成的是有限集还是无限集?

(1)一切很大的数;

(2)方程 $x^2=9$ 的所有解;

(3)不等式 $x-5>0$ 的所有解.

解 (1)由集合的概念知,组成集合的对象必须是确定的,因为很大的数没有具体的标准,“一切很大的数”所指的对象是不确定的,所以不能构成集合.

(2)方程 $x^2=9$ 的解为 $x=\pm 3$, 是有限的确定的对象,所以可以构成集合,为有限集.

(3)解不等式 $x-5>0$ 可得 $x>5$, 它们是确定的对象,所以可以构成集合,但元素个数是无限多的,故为无限集.

点拨 本题主要考查集合、有限集和无限集的概念.

例2 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

(1) 0 _____ $\{0\}$;

(2) 3.14 _____ \mathbf{R} ;

(3) π _____ \mathbf{Q} ;

(4) 0 _____ \emptyset ;

(5) a _____ $\{a, b, c\}$;

(6) 3 _____ \mathbf{N} ;

(7) $\frac{1}{3}$ _____ \mathbf{N}^* ;

(8) $\sqrt{3}$ _____ \mathbf{R} .



解 (1)∈; (2)∈; (3)∉; (4)∉; (5)∈; (6)∈; (7)∉; (8)∈.

点拨 本题主要考查集合与元素的关系.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 下列关系正确的是 ()

- A. $-2 \in \mathbf{N}$ B. $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$ C. $5 \notin \mathbf{Q}$ D. $\frac{1}{4} \in \mathbf{R}$

2. 下列对象能构成集合的是 ()

- A. 商场里漂亮的衣服 B. 非常接近 0 的实数
C. 比较大的实数 D. 绝对值小于 5 的自然数

3. 下列对象构成的集合是无限集的是 ()

- A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生 B. 方程 $x^2=1$ 的解
C. 所有大于 0 小于 5 的偶数 D. 所有大于 3 的实数

4. 下列对象构成的集合是有限集的是 ()

- A. 小于 3 的有理数 B. $-1, 0, 1$
C. 所有的梯形 D. 不等式 $x \geq 2$ 的解

5. 下列对象构成的集合是空集的是 ()

- A. 大于 1 的所有整数 B. $x^2=9$ 的实数解
C. 大于 0 小于 4 的有理数 D. 大于 -10 小于 0 的自然数

6. 下列集合不是空集的是 ()

- A. 绝对值小于 0 的实数 B. $2x+1=0$ 的解集
C. $x^2 < 0$ 的解集 D. 小于 0 的自然数

二、填空题

7. 用 \in 或 \notin 填空.

-5 _____ \mathbf{Z} $\frac{1}{4}$ _____ \mathbf{Q} 0.5 _____ \mathbf{Z} -3 _____ \mathbf{N}

$\sqrt{2}$ _____ \mathbf{R} π _____ \mathbf{R} $\sqrt{6}$ _____ \mathbf{Q} 0 _____ \mathbf{N}^*

8. 用“有限集”“无限集”“空集”填空.

由元素 a, b 组成的集合是_____;

所有大于 -4 小于 0 的实数组成的集合是_____;

所有大于 -4 小于 0 的整数组成的集合是_____;

所有大于 -4 小于 0 的自然数组成的集合是_____.



9. 用集合的概念可以判定下列对象中能构成集合的是_____.

- ①所有大于4的有理数;
- ②比较大的自然数;
- ③同学们喜欢的食物;
- ④方程 $3x+2=0$ 的解;
- ⑤比较接近0的实数.

10. (1)若集合 M 由 $-2, a$ 两个元素组成,且 $0 \in M$,则 $a =$ _____;

(2)若集合 P 由 $-2, a^2$ 两个元素组成,且 $1 \in P$,则 $a =$ _____.

三、解答题

11. 判断下列集合是有限集、无限集还是空集.

- (1)由元素 $0, 1, 2$ 组成的集合;
- (2)由第一象限的点组成的集合;
- (3)由方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解组成的集合;
- (4)由方程 $x^2 = -1$ 的解组成的集合;
- (5)由不等式 $2x - 4 < 0$ 的解组成的集合.

12. 若集合 A 由 $x-2, x^2, 5$ 三个元素组成,且 $0 \in A$,试列出集合 A 中的所有元素.

能力提升

1. 下列关系正确的是 ()

- A. $0 \notin \emptyset$
- B. $0 \in \emptyset$
- C. $\{0\} \in \emptyset$
- D. $1 \in \emptyset$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 集合 \mathbf{N} 是有限集
- B. 0 是空集的元素
- C. \emptyset 含有 0 个元素
- D. 方程 $x^2 = 0$ 的解集是空集

3. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 的解集中只有一个元素,求 a 的值.





4. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. 对象 整体 元素
3. 属于 \in 属于 不属于 \notin 不属于
4. 有限集 无限集
5. 空集 \emptyset
6. \mathbf{N} \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ \mathbf{Z} \mathbf{Q} \mathbf{R}

1.1.2 集合的表示



学习目标

1. 初步掌握列举法和描述法等集合的表示方法.
2. 结合列举法体会集合中元素具有的特性: 确定性、互异性、无序性.



知识梳理

1. 列举法: 把集合中的元素_____列举出来, 写在大括号内, 这种表示集合的方法叫作列举法.

一般形式为_____. 例如, 小于 3 的所有自然数组成的集合, 可用列举法表示为 $\{0, 1, 2\}$.

2. 描述法: 把集合中所有元素的_____描述出来, 这种表示集合的方法叫作描述法.

一般形式为_____.

例如, 小于 3 的所有实数组成的集合, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$. 我们约定, 如果集合的元素是实数, 那么“ $\in \mathbf{R}$ ”可以省略不写.

注: 在不致混淆的情况下, 可以省去竖线及左边部分, 如所有直角三角形构成的集合可以表示为 $\{\text{直角三角形}\}$.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 用列举法表示下列集合.

- (1) 大于 10 且小于 30 的奇数;
- (2) 能被 2 整除的正整数.

解 (1) 用列举法表示为 $\{11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$.

(2) 用列举法表示为 $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$.

点拨 用列举法表示集合的优点是可以明确地看到集合的每个元素.

例 2 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数组成的集合;
- (2) 大于 4 且小于 10 的所有数组成的集合.

解 (1) 小于 5 的自然数组成的集合为 $\{x \in \mathbf{N} \mid x < 5\}$.

(2) 大于 4 且小于 10 的所有数组成的集合为 $\{x \in \mathbf{Z} \mid 4 < x < 10\}$.

点拨 描述法的优点是可以很清晰地反映出集合元素的特征性质.

例 3 选择适当的方法表示下列集合.

- (1) 由方程 $x(x^2 - 2x - 3) = 0$ 的所有实数根组成的集合;
- (2) 大于 2 且小于 6 的有理数组成的集合;
- (3) 由直线 $y = -x + 4$ 上的横坐标和纵坐标都是自然数的点组成的集合.

解 (1) 方程的实数根为 $-1, 0, 3$, 故可以用列举法表示为 $\{-1, 0, 3\}$, 当然也可以用描述法表示为 $\{x \mid x(x^2 - 2x - 3) = 0\}$.

(2) 由于大于 2 且小于 6 的有理数有无数个, 故不能用列举法表示该集合, 但可以用描述法表示该集合为 $\{x \in \mathbf{Q} \mid 2 < x < 6\}$.

(3) 用描述法表示该集合为 $M = \{(x, y) \mid y = -x + 4, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$, 或用列举法表示该集合为 $\{(0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$.

点拨 列举法和描述法各有优缺点, 我们在具体的应用中要根据实际情况灵活选用.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若 $A = \{-1, -2, 1, 2\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 若 $A = \{(-1, -2), (1, 2)\}$, 则集合 A 的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4





3. 下列集合是用列举法表示的是 ()
- A. {绝对值小于 2 的实数} B. $\{a, b\}$
 C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x \in \mathbf{N} | x < 1\}$
4. 下列集合是用描述法表示的是 ()
- A. $\{0\}$ B. {梯形} C. \mathbf{R} D. \emptyset
5. 用列举法表示集合 $\{x | x(x-2)=0\}$, 正确的是 ()
- A. 0, 2 B. 2, 0 C. $\{0, 2\}$ D. $\{(0, 2)\}$
6. 与它的相反数相等的数组成的集合是 ()
- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1, -1\}$ D. \emptyset
7. 下列集合中是空集的是 ()
- A. $\{x | x^2 - 1 = 0\}$ B. $\{x | x^2 \geq 0\}$
 C. $\{x | x^2 = 0\}$ D. $\{x | x^2 = -1\}$
8. 下列四个说法中, 正确的是 ()
- A. 集合 $\{0, 1, 2, 0\}$ 是由四个元素组成的集合
 B. $\{x | x^2 < 0\}$ 可用列举法表示为 $\{0\}$
 C. 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x < 10\}$ 由 9 个元素构成
 D. $\{x | x^2 = 4\} = \{-2, 2\}$

二、填空题

9. 用 \in 或 \notin 填空.

0 _____ $\{0, 1\}$ 2 _____ $\{0, 1\}$ -2 _____ \emptyset

-1 _____ $\{x | x^2 = 1\}$ 1 _____ $\{x | x^2 = -1\}$

10. 绝对值等于 2 的实数构成的集合是_____.

三、解答题

11. 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的自然数构成的集合;
 (2) 小于 100 的自然数构成的集合;
 (3) 奇数集;
 (4) 方程 $2x - 1 = 0$ 的解集.



12. 用描述法表示下列集合.

- (1) 小于 5 的实数构成的集合;
- (2) 偶数集;
- (3) x 轴上所有点构成的集合;
- (4) 第一象限内所有点的集合.

能力提升

1. 下列集合是无限集的是

()

A. {负数}

B. $\{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$

C. $\{x | x^2 = 0\}$

D. $\{x | x^2 < -1\}$

2. 集合 $\{y | y = 2x + 1\}$ 和集合 $\{(x, y) | y = 2x + 1\}$ _____ (填“是”或“不是”)同一个集合.

3. 用描述法表示下列集合.

(1) $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$;

(2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$.

4. 用列举法表示下列集合.

(1) $A = \{x | -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $B = \{(x, y) | 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

知识梳理答案

1. 一一 $\{a, b, c, \dots\}$

2. 特征性质 {代表元素及其取值范围 | 元素的特征性质}





1.2 集合之间的关系



学习目标

1. 理解集合之间包含与相等、子集与真子集的含义.
2. 掌握集合之间基本关系的符号表示.
3. 能够判断两个集合之间的关系.



知识梳理

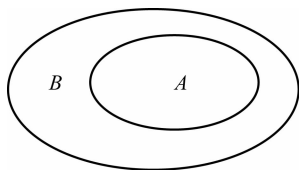
1. 子集:

(1)定义:一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,那么称集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A . 记作 _____ 或 _____,读作“_____”或“_____”,并称集合 A 是集合 B 的子集.

注:任何一个集合都是 _____ 的子集,记作 _____.

(2)空集是 _____ 集合的子集,记作 _____.

2. 在数学中,我们常用一个封闭的平面几何图形的内部表示集合,这种图形称为 _____. 如图表示的关系为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.



3. 真子集:

(1)定义:对于两个集合 A, B ,如果集合 A 是集合 B 的 _____,且集合 B 中 _____ 不属于集合 A ,那么集合 A 叫作集合 B 的真子集. 记作 _____ 或 _____. 读作“_____”或“_____”.

(2)空集是任何 _____ 集合的真子集.

4. 集合的相等:一般地,如果集合 A 与集合 B 的元素是完全一样的,则称集合 A 与集合 B 相等. 记作 _____.

5. 设集合 A 含有 n ($n \neq 0$) 个元素,则集合 A 的真子集有 _____ 个;非空真子集有 _____ 个.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 、 \supseteq 或 $=$ 填空.

$$0 \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\} \quad \{0\} \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\} \quad \{0,1\} \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\} \quad \emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0,1\}$$

$$\{-1,1\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x^2=1\} \quad \{\sqrt{7}\} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R} \quad \{x|1 \leq x \leq 3\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|0 \leq x \leq 4\}$$

$$\{x|-1 \leq x \leq 0\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x \leq 2\}$$

解 $\in \quad \subseteq = \supseteq = \supseteq \quad \supseteq \quad \supseteq$

点拨 研究元素和集合之间的关系,符号在 \in 、 \notin 之间选取;研究集合与集合之间的关系,符号在 \subseteq 、 \supseteq 或 $=$ 之间选取.

例 2 判断下列各组中两个集合之间的关系.

(1) $A = \{x|x=3m, m \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x|x=6k, k \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $M = \{-3, 3\}$, $N = \{x|x^2-9=0\}$;

(3) $P = \{x|x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$, $Q = \{x|x \text{ 是 } 4 \text{ 的倍数}\}$.

解 (1) 因为集合 B 中所有的元素都是集合 A 中的元素,且集合 A 中有不属于集合 B 中的元素,所以 $B \subseteq A$.

(2) 由 $x^2-9=0$ 解得 $x_1=3, x_2=-3$, 所以集合 N 用列举法表示为 $\{-3, 3\}$, 则可看出这两个集合相等,即 $M=N$.

(3) 因为集合 Q 中所有的元素都是集合 P 中的元素,且集合 P 中有不属于集合 Q 中的元素,所以 $Q \subseteq P$.

点拨 (2) 中要想清楚地判断所给两个集合的关系,需要将集合 N 用列举法表示出来.

例 3 写出集合 $A = \{2, 3, 5\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 A 中共有三个元素,要想一个不漏地写出其所有的子集,可按以下步骤来写:

(1) 因为空集是所有集合的子集,所以首先写出 \emptyset ;

(2) 写出由一个元素组成的子集,即 $\{2\}, \{3\}, \{5\}$;

(3) 写出由两个元素组成的子集,即 $\{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}$;

(4) 写出由三个元素组成的子集,即 $\{2, 3, 5\}$.

集合 A 的所有子集为 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}$.

在上述子集中除了集合 A 本身,即 $\{2, 3, 5\}$, 其余的全为集合 A 的真子集.

点拨 注意写集合的子集和真子集的时候不要忘记空集.





巩固练习

基础巩固

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的子集个数为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 若集合 A 由 4 个元素构成, 则集合 A 的非空真子集的个数为 ()
A. 13 B. 14 C. 15 D. 16
- 空集的子集个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 不确定
- 下列四个关系中不正确的是 ()
A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $\{0\} \subsetneq \{0, 1\}$
C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $\{-2, 2\} = \{x | x^2 = 4\}$
- 下列四个命题中正确的是 ()
A. 空集没有子集 B. 空集是任何集合的真子集
C. 0 是空集的一个元素 D. 空集没有真子集
- 下列各组中表示同一集合的是 ()
A. $\{3, 14\}$ 与 $\{\pi\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$
C. \emptyset 与 $\{0\}$ D. $\{(-1, 1)\}$ 与 $\{x | x^2 = 1\}$
- 下列关系错误的是 ()
A. $\mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbf{N}$
C. $\mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N}^* \subsetneq \mathbf{N}$
- 下列表示数集的关系中正确的是 ()
A. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{N}$ B. $\mathbf{R} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{N}$
C. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$ D. $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{R}$

二、填空题

9. 用 \subsetneq 、 \supsetneq 或 $=$ 填空.

\emptyset _____ $\{0, 1, 3\}$ \emptyset _____ $\{x \in \mathbf{R} | x^2 = -1\}$ $\{\text{三角形}\}$ _____ $\{\text{直角三角形}\}$
 $\{1, 3, 5, \dots\}$ _____ $\{\text{正奇数}\}$ _____ $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$
 $\{\dots - 4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$ _____ $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$

10. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有 _____ 个.



三、解答题

11. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$.

- (1) 用列举法表示集合 A ;
- (2) 写出集合 A 所有的子集;
- (3) 写出集合 A 所有的非空真子集.

12. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $B = \{(0, 2), (1, 1)\}$, 试判断集合 A 与 B 的关系.

能力提升

1. 集合 $\{x \mid x^2 < 0\}$ 的子集有 _____ 个.
2. 集合 $\{x \mid x^2 = 9\}$ 的真子集有 _____ 个.
3. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 集合 $B = \{0, 3, a^2\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求 a 的值.

4. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x = ab, a \in A, b \in A\}$.

- (1) 用列举法写出集合 B ;
- (2) 判断集合 B 和集合 A 的关系.





5. 已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, 若 $A=B$, 求 m, n 的值.

知识梳理答案

- (1) $A \subseteq B$ $B \supseteq A$ 集合 A 包含于集合 B 集合 B 包含集合 A 它本身 $A \subseteq A$
(2) 任何 $\emptyset \subseteq A$
- Venn 图
- (1) 子集 至少有一个元素 $A \subsetneq B$ $B \supsetneq A$ A 真包含于 B B 真包含 A (2) 非空
- $A=B$
- $2^n - 1$ $2^n - 2$

1.3 集合的运算



1.3.1 交 集



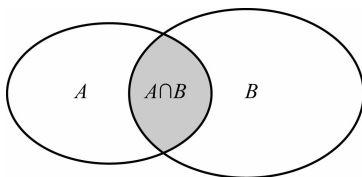
学习目标

- 理解两个集合的交集的含义和性质.
- 掌握两个集合间交集的运算.



知识梳理

- 定义:一般地,设 A, B 是两个集合,由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合叫作集合 A 与集合 B 的交集. 记作 _____, 读作“_____”.
- 用描述法表示为: _____.
- 用图形表示为:





4. 交集的性质:

(1) $A \cap B =$ _____;

(2) $A \cap A =$ _____;

(3) $A \cap \emptyset =$ _____;

(4) $A \cap B$ _____ A ; $A \cap B$ _____ B .

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, 集合 $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

A. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

B. $\{3, 6\}$

C. $\{4, 7\}$

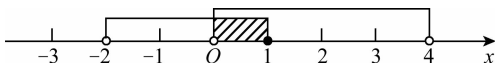
D. $\{5, 8\}$

解 因为 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 所以 $A \cap B = \{5, 8\}$. 故本题选 D.

点拨 交集就是找两个集合的公共部分.

例 2 已知 $A = \{x \mid -2 < x \leq 1\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 4\}$, 求 $A \cap B$.

解 在数轴上表示集合 A, B 如图所示:



从图中易看出, 阴影部分即为集合 A, B 的交集, 即

$$A \cap B = \{x \mid -2 < x \leq 1\} \cap \{x \mid 0 < x < 4\} = \{x \mid 0 < x \leq 1\}.$$

点拨 集合 A, B 是用描述法表示的集合, 并且集合的元素没法一一列举出来, 因此可以结合数轴来进行解题.

例 3 已知 $A = \{(x, y) \mid 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, 求 $A \cap B$.

解 解方程组 $\begin{cases} 4x + y = 6, \\ x + y = 3 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2, \end{cases}$ 所以

$$A \cap B = \{(x, y) \mid 4x + y = 6\} \cap \{(x, y) \mid x + y = 3\}$$

$$= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 4x + y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \right\}$$

$$= \{(1, 2)\}.$$

点拨 集合 A, B 的元素是有序实数对 (x, y) , A, B 的交集就是二元一次方程组

$\begin{cases} 4x + y = 6, \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解集. 集合 A, B 的交集 $\{(1, 2)\}$ 不能写成 $\{1, 2\}$, 两者是不相同的.





巩固练习

基础巩固

一、选择题

- 若集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. 0, 2 B. 0, 1, 2 C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. \mathbf{N}
- 若集合 $A = \{x \mid -2 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x \mid -2 < x < 4\}$ B. $\{x \mid 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$
- 若集合 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, d\}$, 则 $A \cap B$ 所有的真子集的个数为 ()
 A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
- 若集合 $A = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. (2, 1) B. $\{(2, 1)\}$ C. $\{2, 1\}$ D. $x = 2, y = 1$
- 下列四个命题错误的是 ()
 A. $A \cap A = A$ B. $A \cap \emptyset = A$ C. $(A \cap B) \subseteq A$ D. $(A \cap B) \subseteq B$
- 若集合 $A = \{x \mid x^2 = 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - x = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. \emptyset
- 若集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{1, 2\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a =$ ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 不能确定

二、填空题

- 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C =$ _____.
- 若集合 $A = \{x \mid x < 6\}$, $B = \{x \mid x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题

- 若集合 $A = \{x \mid 2x - 1 < 5\}$, $B = \{x \mid 3x + 1 \geq 4\}$, 求 $A \cap B$.

- 已知集合 $A = \{x \mid -3 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x \geq m\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 m 的取值范围.



能力提升

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d\}$, 且 $(A \cap B) \subseteq C$, 则 C 中至少有 _____ 个元素.
3. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cap B$ 为空集, 求 a 的取值范围.
4. 已知集合 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. $A \cap B$ A 交 B
2. $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$
4. (1) $B \cap A$ (2) A (3) \emptyset (4) $\subseteq \subseteq$

1.3.2 并 集



学习目标

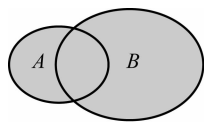
1. 理解两个集合的并集的含义和性质.
2. 掌握两个集合间并集的运算.



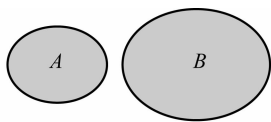
知识梳理

1. 定义:一般地,设 A, B 是两个集合,由所有属于集合 A 或者属于集合 B 的元素组成的集合叫作集合 A 与集合 B 的并集,记作 _____,读作“_____”.
2. 用描述法表示为:_____.
3. 用图形表示为:

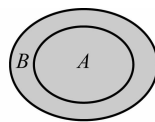




(1)



(2)



(3)

4. 并集的性质:

(1) $A \cup B =$ _____;

(2) $A \cup A =$ _____;

(3) $A \cup \emptyset =$ _____;

(4) A _____ $A \cup B$, B _____ $A \cup B$.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{4, 7, 9\}$

B. $\{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$

C. $\{4, 5, 7, 8, 9\}$

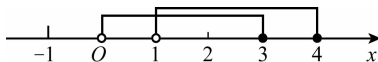
D. $\{3, 4, 5, 7, 9\}$

解 $A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$. 故本题选 B.

点拨 并集就是找集合 A 和集合 B 包含的所有元素.

例 2 已知 $A = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, $B = \{x \mid 1 < x \leq 4\}$, 求 $A \cup B$.

解 将集合 A 和集合 B 在数轴上表示出来如图所示:



则可看出

$$A \cup B = \{x \mid 0 < x \leq 3\} \cup \{x \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \mid 0 < x \leq 4\}.$$

点拨 本题结合数轴进行解题比较直观.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $0, 3$

B. $0, 1, 3$

C. $\{0, 3\}$

D. $\{0, 1, 3\}$

2. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{2, 3\}$

B. $\{1, 2, 3\}$

C. $\{x \mid 1 \leq x < 4\}$

D. \mathbf{N}

3. 若集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x \mid -1 < x \leq 5\}$

B. $\{x \mid 1 \leq x < 3\}$

C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$

D. $\{x \mid 0 \leq x < 5\}$



4. 若集合 $A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 则 $A \cup B$ 所有的真子集的个数为 ()
 A. 3 B. 4 C. 15 D. 16
5. 若集合 $A = \{(x, y) | 3x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $(1, 0)$ B. $\{(1, 0)\}$
 C. $\{1, 0\}$ D. $\{(x, y) | 3x + y = 3 \text{ 或 } x - y = 1\}$
6. 下列四个命题错误的是 ()
 A. $A \cup A = A$ B. $A \cup \emptyset = A$ C. $(A \cup B) \supseteq A$ D. $A \cup B \subseteq B$
7. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. 1 B. $\{1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. \emptyset
8. 若集合 $A = \{0, x^2\}$, $B = \{1, 4\}$, 且 $A \cup B = \{0, 1, 4\}$, 则 $x =$ ()
 A. ± 1 B. 2 C. ± 1 或 ± 2 D. 不能确定

二、填空题

9. 若集合 $A = \{0, 3, 5\}$, $B = \{-1, 3, 6\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____.
10. 若集合 $A = \{x | -4 < x < 6\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

三、解答题

11. 已知集合 $A = \{x | -4 < x < m\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.

12. 已知 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$, 且 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

能力提升

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x \geq 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 6\}$, 且 $(A \cup B) \supseteq C$, 则 C 中最多有 _____ 个元素.
3. 已知集合 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 - 1\}$, 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.





4. 已知 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x | x^2 + cx + 15 = 0\}$, $A \cup B = \{3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求实数 a, b, c 的值.

知识梳理答案

1. $A \cup B$ A 并 B

2. $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

4. (1) $B \cup A$ (2) A (3) A (4) $\subseteq \subseteq$

1.3.3 补 集



学习目标

1. 了解全集和补集的含义和性质.
2. 掌握补集的运算.



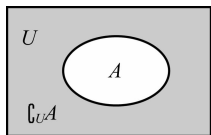
知识梳理

1. 全集:一般地,如果一个集合含有我们研究的问题中涉及的全部元素,那么这个集合叫作全集,通常用字母_____表示.在研究数集时,通常把实数集_____作为全集.

2. 补集:一般地,如果集合 A 是全集 U 的一个_____,则由集合 U 中_____集合 A 的元素组成的集合叫作集合 A 在全集 U 中的补集,记作_____.

用描述法表示为:_____.

用图形表示为:



3. 补集的性质:

(1) $A \cap C_U A = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $A \cup C_U A = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $C_U(C_U A) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $C_U U = \underline{\hspace{2cm}}$, $C_U \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$.

(答案在本节末尾)



4. 已知 $U = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 6\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 求 $\complement_U(A \cap B)$, $\complement_U(A \cup B)$, $\complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U A \cap \complement_U B$.

知识梳理答案

1. $U \quad \mathbf{R}$

2. 子集 所有不属于 $\complement_U A \quad \complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$

3. (1) \emptyset (2) U (3) A (4) $\emptyset \quad U$

第一单元测试题

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

- 下列对象能构成集合的是 ()

A. 同学们喜欢的书籍	B. 非常接近 1 的数
C. 绝对值小于 2 的所有实数	D. 比较大的数
- 下列集合是有限集的是 ()

A. $\{x \mid x < 3\}$	B. $\{0\}$
C. $\{\text{梯形}\}$	D. \mathbf{R}
- 下列关系不正确的是 ()

A. $0 \notin \emptyset$	B. $0 \in \emptyset$
C. $\emptyset \subseteq \{0\}$	D. $\emptyset \subsetneq \{0\}$
- 集合 $\{x \mid x^2 = 9\}$ 用列举法可表示为 ()

A. $-3, 3$	B. $3, -3$
C. $\{-3, 3\}$	D. $\{(-3, 3)\}$
- 下列集合是用描述法表示的是 ()

A. $\{0, 3\}$	B. $\{\text{三角形}\}$	C. \mathbf{Z}	D. \emptyset
---------------	---------------------	-----------------	----------------
- 若集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 则集合 A 的真子集个数为 ()

A. 6	B. 7	C. 8	D. 9
------	------	------	------
- 若集合 $A = \{3, 5\}$, $B = \{0, 2, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $0, 2$	B. $\{2, 5\}$
C. $\{5\}$	D. $\{0, 2, 3, 5\}$





18. 设 $U = \{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A$.

19. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A$, $\complement_U (A \cap B)$.

20. 设 $A = \{x | x^2 - mx + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + n = 0\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 求 m 和 n 的值.

