

职教高考文化基础课配套学习用书

数学 导学同步练

基础模块

下

主编 成秋芬

职教高考文化基础课配套学习用书

数学导学同步练 (基础模块)

主编 成秋芬

哈尔滨工程大学出版社

X4

数学导学同步练

基础模块

下

ISBN 978-7-5661-3248-2



9 787566 132482 >

定价: 38.00元

选题策划: 黄诗涵
责任编辑: 苏莉
封面设计: 刘文东

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

职教高考文化基础课配套学习用书

数 学

导学同步练

基础模块

下

主 编 成秋芬
副主编 李 强 徐德华 刘耀辉
肖立涛 张 蕾
编 者 贾 静 郭聚峰 石飞飞
张秋红



 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

内容简介

本书以课前、课中、课后三个主体部分组成的框架为基础,展开各章节内容的学习。课前——知识·梳理部分通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。课中——练习·探究部分分当堂检测和归纳探究两方面,引导学生学习。课后——巩固·提升部分通过自我检测,使学生及时做到查漏补缺,确保当堂内容当堂清。课外——拓展·阅读部分通过阅读,丰富学生的课外知识。书后设置了单元测试卷,便于教师及时检测和学生自我检测。

本书可作为广大中等职业学校学生的学习用书,也可作为教师教学的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学导学同步练:基础模块·下 / 成秋芬主编. —
哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社, 2021. 8(2024. 7 重印)
ISBN 978-7-5661-3248-2

I. ①数… II. ①成… III. ①数学课 - 中等专业学校
- 教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 167632 号

数学导学同步练(基础模块·下)

SHUXUE DAOXUE TONGBULIAN (JICHU MOKUAI · XIA)

选题策划 黄诗涵
责任编辑 苏莉
封面设计 刘文东

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 三河市骏杰印刷有限公司
开 本 880 mm×1 230 mm 1/16
印 张 12
字 数 238 千字
版 次 2021 年 8 月第 1 版
印 次 2024 年 7 月第 5 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5661-3248-2
定 价 38.00 元

<http://www.hrbeupress.com>

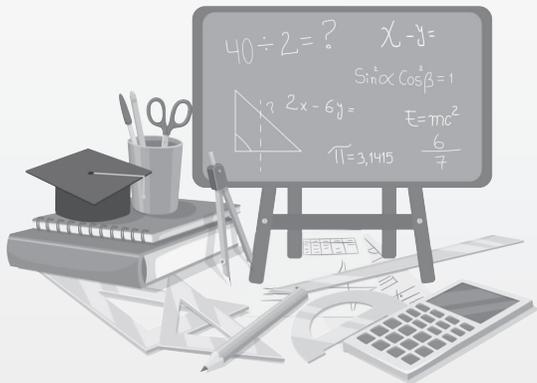
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

编审委员会

主 任 关林柏

副 主 任 杨青林

成 员 蒋丽俐 于彩秋 常彩虹
王金龙 卢航燕 李 强
张立峰 张 军 闫永玮
张 蕾



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是国家脱贫攻坚的需要,是国家社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以细化解读课程标准为基础,充分落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。本书通过学习借鉴邢台现代职业学校的课改经验,采用“自主、合作、探究”的新理念,构建适合现代职业学校教育教学协调发展的“现代课堂”模式。

课前——知识·梳理:通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

课中——练习·探究:分当堂检测和归纳探究两方面,引导学生学习。

当堂检测:通过习题训练,培养学生分析问题、解决问题的能力;通过课堂展示,既能培养学生的语言表达能力,又能提高学生的板书设计及书写能力;既能培养学生发现问题的能力,又能发现学生自主学习中存在的问题或认知缺陷。

归纳探究:通过对新知识的探究,既能激发学生的求知欲和发散性思维,又能培养学生的创新意识;通过小组合作,既能培养学生的团队合作精神,又能提高学生的竞争意识。

课后——巩固·提升:通过自我检测,使学生及时做到查缺补漏,确保课堂内容当堂清。

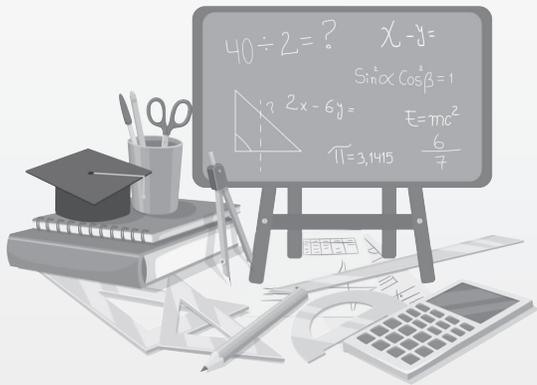
课外——拓展·阅读:通过阅读,丰富学生的课外知识。

单元测试卷:通过单元测试,既能强化学生对相应章节知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,培养学生的数学思想及解题技巧。

本书是在邢台现代职业学校优秀校本教材《现代高效课堂·导学案·数学》的基础上编写而成的,在此对付出艰辛劳动的教师表示敬意和感谢。

由于编者学术水平有限,书中难免存在不足或错误之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第五章 指数函数与对数函数 1

5.1 实数指数幂	2
5.1.1 有理数指数幂	2
5.1.2 实数指数幂	5
5.2 指数函数	8
5.3 对数	11
5.3.1 对数的概念	11
5.3.2 积、商、幂的对数	15
5.4 对数函数	18
5.5 指数函数与对数函数的应用	21

第六章 直线与圆的方程 25

6.1 两点间距离公式和线段的中点坐标公式	26
6.2 直线的方程	27
6.2.1 直线的倾斜角与斜率	27
6.2.2 直线的点斜式方程与斜截式方程	30
6.2.3 直线的一般式方程	33
6.3 两条直线的位置关系	36
6.3.1 两条直线平行	36
6.3.2 两条直线相交	39
6.3.3 点到直线的距离	42
6.4 圆	44
6.4.1 圆的标准方程	44
6.4.2 圆的一般方程	46
6.5 直线与圆的位置关系	49
6.6 直线与圆的方程应用举例	52

第七章 简单几何体 56

7.1 多面体	57
7.1.1~7.1.2 棱柱与直观图的画法	57
7.1.3 棱锥	59



7.2 旋转体	62
7.2.1 圆柱	62
7.2.2 圆锥	64
7.2.3 球	66
7.3 简单几何体的三视图	68

第八章 概率与统计初步	72
--------------------	-----------

8.1 随机事件	73
8.2 古典概型	76
8.3 概率的简单性质	78
8.4 抽样方法	80
8.5 统计图表	84
8.6 样本的均值和标准差	87



第五章

指数函数与对数函数



5.1 实数指数幂



5.1.1 有理数指数幂



学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练叙述 n 次方根与分数指数幂的定义.
2. 通过讨论,总结出 n 次方根与分数指数幂之间的关系和转化.
3. 通过训练,能运用根式的性质进行简单的运算.



课前——知识·梳理

1. n 次方根

(1) 定义:一般地,如果 $x^n = a$ ($n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n > 1$), 那么 x 叫作 a 的 n 次方根.

(2) 当 n 为偶数时,正数的 n 次方根有两个,即 $\sqrt[n]{a}$ 和 $-\sqrt[n]{a}$, 其中 $\sqrt[n]{a}$ 是 a 的 n 次算术根;负数的 n 次方根没有意义.

(3) 当 n 为奇数时,实数 a 的 n 次方根只有一个,记作 $\sqrt[n]{a}$.

(4) 无论 n 为奇数还是偶数,0 的 n 次方根是 0.

2. n 次根式

(1) 定义:形如 $\sqrt[n]{a}$ ($n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n > 1$) 的式子叫作 a 的 n 次根式,其中, a 叫作被开方数, n 叫作根指数.

(2) 根式的运算性质:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a;$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ 为奇数,} \\ |a|, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$$

3. 分数指数幂 ($n \in \mathbf{N}^*$ 且 $a \neq 0$)

$$(1) a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

(2) 分数指数幂与根式的关系

① $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, 其中 $m, n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n > 1$. 当 n 为奇数时, $a \in \mathbf{R}$, 当 n 为偶数时, $a \geq 0$.



② $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$, 其中 $a^{\frac{m}{n}}$ 有意义.

③ 0 的正分数指数幂是 0; 0 的负分数指数幂无意义.



课中——练习·探究

当堂检测

1. $-4^2 =$ ()

A. 8 B. -8 C. 16 D. -16

2. $\sqrt[3]{-8} =$ ()

A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

3. 16 的 4 次方根是 ()

A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 无意义

4. 下列等式不成立的是 ()

A. $\sqrt[4]{3^4} = 3$ B. $\sqrt[4]{(-3)^4} = -3$ C. $\sqrt[4]{(-3)^4} = 3$ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

5. 将下列各根式写成分数指数幂的形式.

(1) $\sqrt[3]{a^2}$;

(2) $\left[\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\right]^2$.

6. 将下列各分数指数幂写成根式的形式.

(1) $a^{\frac{4}{3}}$;

(2) $a^{-\frac{2}{3}}$;

(3) $7^{\frac{3}{4}}$.



归纳探究 

若 $m, n \in \mathbf{N}^*$, 使 $\sqrt[n]{a^m}$ 有意义, 对 a 有何要求?



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

- 下列根式中无意义的是 ()
 A. $\sqrt[4]{3}$ B. $\sqrt[3]{0}$ C. $\sqrt[4]{-2}$ D. $\sqrt[3]{-2}$
- $\pi^0 =$ ()
 A. 0 B. 1 C. 3.14 D. π
- $\sqrt{(-3)^2} =$ ()
 A. 3 B. -3 C. 9 D. -9
- 8 的 3 次方根是 ()
 A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 无意义
- 16 的 4 次方根是 ()
 A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 无意义
- 下列等式不成立的是 ()
 A. $(\sqrt{a})^2 = a$ B. $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
 C. $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} = 3-\pi$ D. $\sqrt{a^2} = a$
- 把分数指数幂 $2^{-\frac{3}{4}}$ 化为根式的形式是 ()
 A. $\sqrt[4]{2^3}$ B. $-\sqrt[4]{2^3}$ C. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$ D. $-\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$





二、解答题

1. 将下列各分数指数幂写成根式的形式.

(1) $2a^{\frac{4}{3}}$; (2) $-2a^{\frac{3}{4}}$.

2. 将下列各根式写成分数指数幂的形式.

(1) $\sqrt[4]{a^3}$; (2) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$; (3) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$; (4) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$.

5.1.2 实数指数幂



学习目标

1. 通过阅读,了解实数指数幂的含义并掌握其运算法则.
2. 通过训练,能熟练运用运算法则进行化简和计算.



课前——知识·梳理

实数指数幂的运算法则 ($a > 0$ 且 $m, n \in \mathbf{R}$).

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^n = a^n b^n.$$



课中 —— 练习·探究

当堂检测

1. 计算下列各式.

(1) $8^{\frac{3}{5}} \times 8^{\frac{2}{5}}$;

(2) $8^{\frac{2}{3}}$;

(3) $\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6$.

2. 化简下列各式.

(1) $(a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{4}})^3$;

(2) $a \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$;

(3) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2$.



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 若 $a > 0$, 则 $a^2 \cdot a^{-2} =$ ()
 A. 0 B. 1 C. -1 D. a^{-1}

2. 若 $a > 0$, 则下列运算法则不成立的是 ()
 A. $a^m a^n = a^{m+n}$ B. $(a^m)^n = a^{m+n}$
 C. $(ab)^n = a^n b^n$ D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. 若 $3^m = 2, 3^n = 5$, 则 $3^{m+n} =$ ()
 A. 5 B. 2 C. 10 D. 7

4. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} =$ ()
 A. $2^{\frac{3}{4}}$ B. $2^{\frac{7}{8}}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2





5. 下列运算正确的是 ()

A. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 1$ B. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 2$ C. $(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 1$ D. $(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 2$

二、填空题

1. $(-\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}} =$ _____.

2. $[(-\sqrt{2})^{-4}]^{-\frac{1}{2}} =$ _____.

3. 设 $a > 0, b > 0, (a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{3}{4}})^{12} =$ _____.

4. $12^3 \times 3^{-3} \times (2^{-3}) =$ _____.

5. $(10 - 6 \times 2 \ 024^0)^{-2} =$ _____.

三、解答题

1. 化简下列各题.

(1) $(a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{6}})^6$;

(2) $(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})^2$;

(3) $(2a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}})(-6a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \div (-3a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}})$.



2. 计算下列各题.

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[6]{27}$;

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 4 \times (-2)^{-3} + \left(\frac{1}{4}\right)^0 - 9^{-\frac{1}{2}}$.

5.2 指数函数



学习目标

1. 通过阅读,能正确理解和判断指数函数.
2. 通过对指数函数图像的观察及讨论,总结出指数函数的性质.
3. 通过训练,进一步加深对指数函数的认识和应用.



课前——知识·梳理

指数函数的图像和性质如下表所示.

定义	形如 $y=a^x$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$) 的函数称为指数函数	
特点	$a>1$	$0<a<1$
图像		





续表

性质	定义域: $(-\infty, +\infty)$; 值域: $(0, +\infty)$	
	图像过点 $(0, 1)$	
	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
	当 $x < 0$ 时, $0 < y < 1$; 当 $x > 0$ 时, $y > 1$	当 $x < 0$ 时, $y > 1$; 当 $x > 0$ 时, $0 < y < 1$



课中——练习·探究

当堂检测

1. 判断下列函数是否为指数函数, 是的画“√”, 不是的画“×”.

- (1) $y = x^2$ ()
 (2) $y = x^{-2}$ ()
 (3) $y = 2^x$ ()
 (4) $y = 3 \times 2^x$ ()
 (5) $y = 0.2^x$ ()

2. 判断下列指数函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内的单调性.

- (1) $y = 0.8^x$ 是()函数.
 (2) $y = 2.5^x$ 是()函数.

3. 比较大小.

$0.8^{2.1}$ _____ $0.8^{2.6}$ $0.8^{-1.1}$ _____ $0.8^{-2.1}$
 $2.5^{1.4}$ _____ $2.5^{1.3}$ $2.5^{-1.4}$ _____ $2.5^{-1.3}$

归纳探究

小组讨论: 为什么在指数函数定义中, 规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$?



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列函数是指数函数的是 ()
 A. $y = x$ B. $y = x^2$ C. $y = 2^x$ D. $y = (-2)^x$



2. 下列函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数的是 ()

- A. $y=0.3^x$
- B. $y=2^x$
- C. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
- D. $y=3^{-x}$

3. 下列函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数的是 ()

- A. $y=3^x$
- B. $y=2^x$
- C. $y=10^x$
- D. $y=2^{-x}$

4. 函数 $y=3^x$ 的图像一定经过点 ()

- A. $(0,0)$
- B. $(0,1)$
- C. $(1,1)$
- D. $(1,0)$

5. 函数 $y=0.2^x$ ()

- A. 在 \mathbf{R} 内是增函数
- B. 在 $(0, +\infty)$ 内是增函数
- C. 在 \mathbf{R} 内是减函数
- D. 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数

6. 函数 $y=\left(\frac{4}{3}\right)^x$ 的 ()

- A. 定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$
- B. 定义域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(0, +\infty)$
- C. 定义域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$
- D. 定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(0, +\infty)$

7. 若函数 $y=a^x$ 是减函数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$
- B. $a < 0$
- C. $0 < a < 1$
- D. $a > 1$

8. 若函数 $y=a^x$ 是增函数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$
- B. $a < 0$
- C. $0 < a < 1$
- D. $a > 1$

二、填空题

1. 比较大小: $0.7^{2.1}$ _____ $0.7^{2.2}$, $1.9^{-3.5}$ _____ $1.9^{-2.9}$.

2. 若 $\left(\frac{3}{4}\right)^3 > \left(\frac{3}{4}\right)^x$, 则 x 的取值范围为 _____.

3. 若 $3^{x-1} < 1$, 则 x 的取值范围为 _____.

4. 若 $a^2 < a^3$, 则 a 的取值范围为 _____.

5. $y=\left(\frac{5}{2}\right)^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是 _____ (填“增”或“减”)函数.

6. 若指数函数 $y=a^x$ 的图像过点 $(2,9)$, 则 $a=$ _____.

7. 函数 $y=2^x$ 与 $y=2^{-x}$ 的图像关于 _____ 对称.





三、解答题

1. 已知指数函数 $f(x)=a^x$ 经过点 $(3,8)$.

- (1) 求该函数的解析式;
- (2) 判断该函数的单调性;
- (3) 求 $f(-3)$ 的值.

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{2^x-8}$;

(2) $y=\frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{2^x-1}}$.

5.3 对数



5.3.1 对数的概念



学习目标

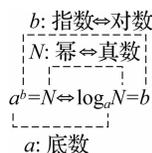
1. 通过阅读,理解并熟练地叙述对数的含义.
2. 通过小组讨论,总结并掌握对数式与指数式的相互转化.
3. 通过训练,进一步掌握对数的性质的应用.
4. 通过阅读,了解常用对数与自然对数的含义.
5. 通过阅读,能掌握常用对数与自然对数正确的表示格式与读法.
6. 通过训练,进一步掌握常用对数与自然对数的应用.



课前 —— 知识 · 梳理

1. 对数: 如果 $a^b = N (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$, 那么把 b 叫作以 a 为底 N 的对数, 记作 $b = \log_a N$. 其中, a 叫作对数的底, N 叫作真数.

2. 指数式与对数式的转换:



3. 对数的性质 ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

(1) $\log_a 1 = 0$;

(2) $\log_a a = 1$;

(3) $N > 0$, 即零和负数没有对数.

4. 常用对数: 是指以 10 为底的对数, 记作 $\log_{10} N$, 简记为 $\lg N$.

5. 自然对数: 是指以无理数 e 为底的对数, 记作 $\log_e N$, 简记为 $\ln N$.

6. 自然对数经常使用于科学研究和工程计算领域中.



课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 用文字叙述下列等式.

$2^3 = 8$ 读作 _____;

$\log_2 8 = 3$ 读作 _____;

$10^3 = 1\ 000$ 读作 _____;

$\lg 1\ 000 = 3$ 读作 _____.

2. 把下列指数式写成对数式.

$27^{\frac{1}{3}} = 3 \Leftrightarrow$ _____ ; $2^{-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow$ _____ ;

$10^2 = 100 \Leftrightarrow$ _____ ; $10^{-1} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow$ _____ .

3. 把下列对数式写成指数式.

$\log_2 16 = 4 \Leftrightarrow$ _____ ; $\log_3 \frac{1}{3} = -1 \Leftrightarrow$ _____ ;

$\lg 1\ 000 = 3 \Leftrightarrow$ _____ ; $\ln e^2 = 2 \Leftrightarrow$ _____ .





4. 计算.

$$\log_{0.2} 0.2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \log_{100} 100 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \log_7 1 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 1 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \lg 1 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \lg 10 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\ln 1 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \ln e = \underline{\hspace{2cm}}.$$

归纳探究

下列等式成立吗? 请说出理由.

$$\log_{(-7)} 1 = 0; \quad \log_{(-2)} (-2) = 1; \quad \lg(-1) = 0; \quad \ln(-e) = -1.$$



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. $\lg 7$ 是以()为底的对数. ()

A. 1 B. 7 C. 10 D. e

2. $\ln 2$ 是以()为底的对数. ()

A. 1 B. 2 C. 10 D. e

3. 下列表示方法不正确的是 ()

A. $\log_{10} 5$ B. $\log 5$ C. $\lg 5$ D. $\ln 5$

4. 下列表示方法正确的是 ()

A. $\log_2(-5)$ B. $\log_{(-2)} 8$ C. $\lg(-7)$ D. $\ln e^2$

5. 下列等式不正确的是 ()

A. $\log_2 2 = 1$ B. $\lg(-10) = -1$

C. $\lg 10 = 1$ D. $\ln 1 = 0$

6. 下列指数式与对数式的互化中, 不正确的是 ()

A. $10^0 = 1$ 与 $\lg 1 = 0$ B. $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ 与 $\log_{27} \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

C. $\log_3 9 = 2$ 与 $9^{\frac{1}{2}} = 3$ D. $\log_5 5 = 1$ 与 $5^1 = 5$

7. 在 $b = \log_{(a-2)}(5-a)$ 中, 实数 a 的取值范围是 ()

A. $a > 5$ 或 $a < 2$ B. $2 < a < 5$

C. $2 < a < 3$ 或 $3 < a < 5$ D. $3 < a < 5$





二、填空题

1. 计算下列各式:

$$\log_2 1 = \underline{\hspace{2cm}}; \log_9 9 = \underline{\hspace{2cm}}; \log_{\frac{1}{3}} 1 = \underline{\hspace{2cm}}; \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\lg 10\,000 = \underline{\hspace{2cm}}; \lg 0.001 = \underline{\hspace{2cm}}; \ln \frac{1}{e} = \underline{\hspace{2cm}}; \ln e^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. $\log_7 [\log_3 (\log_2 x)] = 0$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 把下列指数式写成对数式.

$$(1) e^{-2} = x; \quad (2) 10^x = 5; \quad (3) 4^{-2} = \frac{1}{16}; \quad (4) \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

2. 把下列对数式写成指数式.

$$(1) \log_2 \frac{1}{16} = -4; \quad (2) \log_5 \frac{1}{5} = -1; \quad (3) \lg 100 = 2; \quad (4) \ln \frac{1}{e} = -1.$$

3. 求下列等式中 x 的值.

$$(1) \lg x = -1; \quad (2) \ln x = 2.$$



5.3.2 积、商、幂的对数



学习目标

1. 通过阅读,理解并熟练叙述积、商、幂的对数的运算法则.
2. 通过讨论,总结其运算法则的使用范围.
3. 通过训练,能运用其运算法则解决有关问题.



课前——知识·梳理

1. 积、商、幂的对数的运算法则

如果 $a > 0$ 且 $a \neq 1, M > 0, N > 0$, 那么

$$(1) \log_a (MN) = \log_a M + \log_a N;$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N;$$

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M.$$

2. 换底公式

如果 $a > 0$ 且 $a \neq 1, b > 0$, 那么 $\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 $\lg x, \lg y, \lg z$ 表示下列各式.

$$(1) \lg x^2$$

$$(2) \lg(x^2 y^2 z);$$

$$(3) \lg \frac{x^2}{yz}.$$



2. 计算.

(1) $\log_2 16 - \log_2 8$;

(2) $\lg 2 + \lg 5$;

(3) $\log_2 8$.

归纳探究

当 $a > 0$ 且 $a \neq 1, M > 0, N > 0$ 时, 讨论下列等式是否正确并证明:

1. $\lg \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \lg M$.

2. $\log_a M^m = \frac{m}{n} \log_a M$.

3. $a^{\log_a N} = N$.



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 若 $M, N > 0$, 则下列等式成立的是 ()

A. $\lg(M+N) = \lg M + \lg N$

B. $\lg(M-N) = \lg M - \lg N$

C. $\lg(MN) = \lg M \cdot \lg N$

D. $\lg(MN) = \lg M + \lg N$

2. 若 $M, N > 0$, 则下列等式不成立的是 ()

A. $\lg \sqrt[3]{N} = \frac{1}{3} \lg N$

B. $\log_a M^n = (\log_a M)^n$

C. $\log_a \frac{N}{M} = \log_a N - \log_a M$

D. $\log_a M^n = n \log_a M$





3. $\log_2 16 =$ ()

A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

4. $\log_3 27 - \log_3 9 =$ ()

A. $\log_3 18$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 1

5. 下列结论错误的是 ()

A. $\log_2 \frac{1}{8} = -3$ B. $\log_5 1 = 0$ C. $\log_7 7 = 1$ D. $\log_4 8 = 2$

6. 如果 $\lg x = \lg a + 2\lg b - 3\lg c$, 则 x 等于 ()

A. $a + 2b - 3c$ B. $a + b^2 - c^3$ C. $\frac{ab^2}{c^3}$ D. $\frac{2ab}{3c}$

二、填空题

1. 计算.

$\log_{3.1} 1 =$ _____ ; $\ln e^{-2} =$ _____ ; $\lg 100 =$ _____ ;

$\lg \sqrt[5]{100} =$ _____ ; $\log_3 (27 \times 81) =$ _____ ; $\log_{0.1} 0.001 =$ _____ ;

$\lg 20 - \lg 2 =$ _____ ; $\log_3 5 + \log_3 \frac{1}{5} =$ _____ ; $\lg 4 + 2\lg 5 =$ _____ .

2. $\log_3 (\log_2 8) =$ _____ .

3. $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 3 =$ _____ .

4. $2^{1+\frac{1}{2}\log_2 5}$ 的值等于 _____ .

三、解答题

1. 用 $\lg x, \lg y, \lg z$ 表示下列各式.

(1) $\lg \sqrt{x}$; (2) $\lg \left(\frac{y}{x}\right)^2$; (3) $\lg \frac{x^2 \sqrt{y}}{z^3}$.



2. 求下列各式的值.

(1) $\log_2(4 \times 2^5)$;

(2) $\log_{30}1 + \log_6 36 - 2\log_7 7$;

(3) $2\lg 3 + \lg 7 + \lg \frac{25}{7} - \lg \frac{9}{4} + \ln 1$.

3. 设 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 用 a, b 表示 $\log_5 12$.

5.4 对数函数



学习目标

1. 通过阅读,能正确理解对数函数的定义和对数函数的判定.
2. 通过对对数函数图像的观察及讨论,总结出对数函数的性质.
3. 通过训练,进一步加深对对数函数的认识和应用.



课前——知识·梳理

对数函数的图像和性质如下表所示.





定义	形如 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的函数称为对数函数	
特点	$a > 1$	$0 < a < 1$
图像		
性质	定义域: $(0, +\infty)$; 值域: $(-\infty, +\infty)$	
	图像过点 $(1, 0)$	
	在 $(0, +\infty)$ 上是增函数	在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
	当 $0 < x < 1$ 时, $y < 0$; 当 $x > 1$ 时, $y > 0$	当 $0 < x < 1$ 时, $y > 0$; 当 $x > 1$ 时, $y < 0$

课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 判断下列函数是否是对数函数, 是的画“√”, 不是的画“×”.

- (1) $y = \log_2 x^2$ ()
- (2) $y = \log_{(-2)} x$ ()
- (3) $y = \log_x 6$ ()
- (4) $y = 3 \log_2 x$ ()
- (5) $y = \log_{\sqrt{2}} x$ ()

2. 判断下列对数函数在 $(0, +\infty)$ 内的单调性.

- (1) $y = \log_2 x$ 是()函数.
- (2) $y = \log_{0.2} x$ 是()函数.

3. 比较大小.

$$\log_2 3.1 \quad \log_2 3.2 \qquad \log_{0.3} 5 \quad \log_{0.3} 6$$

归纳探究

小组讨论: 为什么在对数函数定义中, 规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$?



课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 下列函数是对数函数的是 ()

- A. $y = \log_{(-5)} x$ B. $y = \log_1 x$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = \log_x 2$

2. 下列函数在 $(0, +\infty)$ 内是减函数的是 ()

- A. $y = \log_3 x$ B. $y = \log_{0.2} x$ C. $y = \ln x$ D. $y = \lg x$

3. 下列函数在 $(0, +\infty)$ 内是增函数的是 ()

- A. $y = \log_3 x$ B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ C. $y = x^{-2}$ D. $y = 3^{-x}$

4. 函数 $y = \log_5 x$ 的图像一定经过点 ()

- A. $(0, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 1)$ D. $(1, 0)$

5. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ()

- A. 在 \mathbf{R} 内是增函数 B. 在 $(0, +\infty)$ 内是增函数
C. 在 \mathbf{R} 内是减函数 D. 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数

6. 函数 $y = \lg x$ 的 ()

- A. 定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$
B. 定义域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(0, +\infty)$
C. 定义域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$
D. 定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(0, +\infty)$

7. 若函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $0 < a < 1$ D. $a > 1$

8. 对数函数的图像一定过 ()

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第一、四象限 D. 第二、三象限

二、填空题

1. 比较大小: $\log_4 2$ _____ $\log_4 3$, $\log_{0.4} 2$ _____ $\log_{0.4} 3$.

2. 若 $\log_7 x > \log_7 6$, 则 x 的取值范围为 _____.

3. 若 $\log_a 2 < \log_a 3$, 则 a 的取值范围为 _____.

4. 若对数函数 $y = \log_a x$ 的图像过点 $(9, 2)$, 则 $a =$ _____.

5. 用“ $<$ ”把 $\log_2 3, \log_2 1$ 和 $\log_{0.2} 2$ 连接起来为 _____.

三、解答题

1. 已知对数函数 $f(x) = \log_a x$ 经过点 $(8, 3)$.

- (1) 求该函数的解析式;
(2) 判断该函数的单调性;





(3) 求 $f(16)$ 的值.

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y = \log_2(3x-6)$;

(2) $y = \frac{1}{\lg x - 1}$.

5.5 指数函数与对数函数的应用



学习目标

1. 通过例题解析,了解指数函数模型与对数函数模型.
2. 通过训练,进一步了解指数函数与对数函数的应用.



课前——知识·梳理

例题解析 1: 某城市现有人口总数 100 万人, 如果年自然增长率为 1.2%, 试解答下面的问题:

(1) 设 x 年后该城市的人口总数为 y 万人, 写出 y 与 x 的函数关系式;



(2) 计算 10 年以后该城市人口总数(精确到 0.1 万人).

解:(1) 1 年后, 即当 $x=1$ 时, $y=100 \times (1+1.2\%)=100 \times 1.012$,

2 年后, 即当 $x=2$ 时, $y=100 \times 1.012 \times (1+1.2\%)=100 \times 1.012^2$,

3 年后, 即当 $x=3$ 时, $y=100 \times 1.012^2 \times (1+1.2\%)=100 \times 1.012^3$,

.....

由此得到, x 年后该城市的人口总数为 $y=100 \times 1.012^x (x \in \mathbf{N}^*)$.

(2) 当 $x=10$ 时, $y=100 \times 1.012^{10} \approx 112.7$. 故 10 年后该城市的人口总数约为 112.7 万人

例题解析 2: 有一种放射性物质镭, 经过 100 年后残留量是原来的 95.76%, 试计算它的半衰期(保留四位有效数字).

解: 设镭的衰减率为 k , 经过 x 年后残留量为 y .

由题意得 $y=(1-k)^x$, $0.9576=(1-k)^{100}$,

解得 $k \approx 0.0004332$,

因此 $y=0.9995668^x$,

于是 $0.5=0.9995668^x$,

得: $x = \log_{0.9995668} 0.5 \approx 1600$.

答: 镭的半衰期大约是 1600 年.



课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 某细胞每 30 分钟裂变一次, 分裂成两个细胞, 那么 3 个小时后, 这个细胞可分裂到多少个?





2. 为了提高教师的待遇, 国家计划每年将教师工资提高 5%, 若张老师现在年收入 10 万元, 问大约经过多少年, 张老师的工资可翻一番?

归纳探究

讨论总结解决对数函数问题的步骤.



课后 —— 巩固 · 提升

解答题

1. 为响应国家号召, 我国西北地区将对 3 万公顷荒地进行绿化, 从 2024 年起每年将荒地的百分之二十种植树木, 经过 4 年后还有多少荒地需要绿化?



2. 某工厂购买了一套价值 100 万元的设备,若年折旧率为 10%,问经过多少年后,设备的价值仅为原来的一半?

3. 一件价值为 200 万元的清代文物,每年升值 10%,问多少年后该文物价值约 400 万元?



课外——拓展·阅读

指数爆炸——折叠最多对折次数

一张纸对折一次,厚度变成原来的 2 倍. 再对折第二次,变为原来的 2 的 2 次方倍即 4 倍. 以此类推,假设纸的厚度为 0.1 mm,则对折 24 次以后,厚度超过 1 千米;对折 39 次达 55 000 千米,超过地球赤道长度;对折 42 次达 44 万千米,超过地球至月球的距离;对折 51 次达 22 亿千米,超过地球至太阳的距离;对折 82 次为 51 113 光年,超过银河系半径的长度. 不过,这只是一个不符合实际的数学理论推理数字. 那么在现实生活中,一张纸究竟能折多少次呢? 如果纸为正方形,边长为 a ,厚度为 h ,当折叠一次的时候,折叠边长不变,厚度为 2 倍的 h ,折叠两次的时候,折叠边长为原边长的二分之一,厚度变为 4 倍的 h ,就这样折叠下去,可以推出一个公式:当折叠次数 n 为偶数次时,折叠边长为 $\frac{a}{2^{0.5n}}$,厚度变为 $2^n h$,当满足 $n > \frac{2}{3} (\log_2 \frac{a}{h} - 1)$ 时无法折叠. 根据一般的纸张的状况,厚度大约为 0.1 mm,边长为 1 m 时,根据以上公式,可以得出 $n > 8.191 8$ 时无法折叠,这意味着对于厚度大约为 0.1 mm,边长为 1 m 的正方形纸,只能折叠 8 次. 但 8 次人类是很难办到的,只能依靠机器. 所以,一张纸最多能对折多少次实际是一个变数,它取决于纸张的实际厚度与大小. 在现实生活中,一张普通的 A4 纸,一般人可以折到 6 次,厉害的人可以折到 7 次.



数学导学同步练
(基础模块·下)
参考答案及解析

目 录

第五章 指数函数与对数函数	1
第六章 直线与圆的方程	6
第七章 简单几何体	15
第八章 概率与统计初步	19
第五章单元测试卷(A)	23
第五章单元测试卷(B)	25
第六章单元测试卷(A)	27
第六章单元测试卷(B)	29
期中测试卷(A)	31
期中测试卷(B)	33
第七章单元测试卷(A)	35
第七章单元测试卷(B)	37
第八章单元测试卷(A)	39
第八章单元测试卷(B)	41
期末测试卷(A)	43
期末测试卷(B)	45

第五章 指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

5.1.1 有理数指数幂

当堂检测

1. D 2. B 3. C 4. B

5. (1) $a^{\frac{2}{3}}$. (2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$.

6. (1) $\sqrt[3]{a^4}$. (2) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$. (3) $\sqrt[4]{7^3}$.

归纳探究

n 为奇数时, $a \in \mathbf{R}$;

n 为偶数时, $a \geq 0$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. C 2. B 3. A 4. A 5. D 6. D 7. C

二、解答题

1. (1) $2\sqrt[3]{a^4}$. (2) $-2\sqrt[4]{a^3}$.

2. (1) $a^{\frac{3}{4}}$. (2) $x^{-\frac{3}{5}}$. (3) $x^{-\frac{2}{3}}$. (4) $8^{-\frac{1}{4}}$.

5.1.2 实数指数幂

当堂检测

1. (1) 8. (2) 4. (3) 1.

2. (1) $a^2b^{\frac{3}{4}}$. (2) $a^{\frac{11}{6}}$. (3) 1.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. B 2. B

3. C **解析** $3^{m+n} = 3^m 3^n = 2 \times 5 = 10$.

4. B 5. D

二、填空题

1. $-\frac{3}{2}$ 2. 2 3. a^8b^9 4. 8 5. $\frac{1}{16}$

三、解答题

1. (1) a^4b . (2) $a + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b$. (3) $4a$.



2. (1) $3^{\frac{5}{3}}$. (2) $\frac{19}{6}$.

5.2 指数函数

当堂检测

1. (1)× (2)× (3)√ (4)× (5)√

2. (1)减 (2)增

3. > < > <

归纳探究

(1) $a=1$ 时, $y=a^x=1^x=1$, 是一个常量, 没有研究价值;

(2) $a=0$ 时, $y=a^x=0^x$, 当 $x>0$ 时, y 恒等于 0; 当 $x\leq 0$ 时无意义;

(3) $a<0$ 时, $y=a^x$, 对于某些 x 的值, 如 $x=\frac{1}{2}$ 时, 无意义,

因此在指数函数定义中, 规定 $a>0$ 且 $a\neq 1$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. C 2. B 3. D 4. B 5. C 6. D 7. C 8. D

二、填空题

1. > < **解析** 当 $a>1$ 时, 函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数; 当 $0<a<1$ 时, 函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数. 根据这个性质判断大小.

2. $(3, +\infty)$ **解析** 当 $0<a<1$ 时, 函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数, 所以 $x>3$.

3. $(-\infty, 1)$ **解析** $3^{x-1}<1=3^0$, 故 $x-1<0, x<1$.

4. $(1, +\infty)$ 5. 增 6. 3

7. y 轴 **解析** 画出图像判断.

三、解答题

1. **解**: (1) 把点 $(3, 8)$ 代入 $f(x)=a^x$ 得: $8=a^3$, 解得 $a=2$.

因此该函数解析式为 $f(x)=2^x$.

(2) 由 $a=2>1$ 得该函数为增函数.

(3) $f(-3)=2^{-3}=\frac{1}{8}$.

2. **解**: (1) 使 $y=\sqrt{2^x-8}$ 有意义 $\Leftrightarrow 2^x-8\geq 0 \Leftrightarrow 2^x\geq 8 \Leftrightarrow 2^x\geq 2^3 \Leftrightarrow x\geq 3$.

因此函数的定义域为 $[3, +\infty)$.

(2) 使 $y=\frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{2^x-1}}$ 有意义 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4\geq 0 \\ 2^x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x\geq 4 \\ 2^x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 2$.

因此函数的定义域为 $[2, +\infty)$.





5.3 对数

5.3.1 对数的概念

当堂检测

1. 2 的 3 次幂等于 8; 以 2 为底 8 的对数等于 3; 10 的 3 次幂等于 1 000; 以 10 为底 1 000 的对数等于 3.

$$2. \log_{27} 3 = \frac{1}{3} \quad \log_2 \frac{1}{4} = -2 \quad \lg 100 = 2 \quad \lg \frac{1}{10} = -1$$

$$3. 2^4 = 16 \quad 3^{-1} = \frac{1}{3} \quad 10^3 = 1\,000 \quad e^2 = e^2$$

$$4. 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1$$

归纳探究

四个等式均不成立, 因为底数和真数都不能为负数.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. D 5. B

6. C **解析** $\log_3 9 = 2$ 应化为 $3^2 = 9$, 所以选项 C 不对.

7. C **解析** 由对数的定义知 $\begin{cases} 5-a > 0, \\ a-2 > 0, \\ a-2 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 5, \\ a > 2, \\ a \neq 3 \end{cases} \Rightarrow 2 < a < 3 \text{ 或 } 3 < a < 5.$

二、填空题

1. 0 1 0 1 4 -3 -1 3

2. 8 **解析** 因为 $\log_7 [\log_3 (\log_2 x)] = 0$, 所以 $\log_3 (\log_2 x) = 1$, 从而 $\log_2 x = 3$, 故 $x = 8$.

三、解答题

1. (1) $\ln x = -2$. (2) $\lg 5 = x$. (3) $\log_4 \frac{1}{16} = -2$. (4) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$.

2. (1) $2^{-4} = \frac{1}{16}$. (2) $5^{-1} = \frac{1}{5}$. (3) $10^2 = 100$. (4) $e^{-1} = \frac{1}{e}$.

3. (1) $x = \frac{1}{10}$. (2) $x = e^2$.

5.3.2 积、商、幂的对数

当堂检测

1. (1) $2 \lg x$. (2) $2 \lg x + 2 \lg y + \lg z$. (3) $2 \lg x - \lg y - \lg z$.

2. (1) 原式 $= \log_2 \frac{16}{8} = \log_2 2 = 1$. (2) 原式 $= \lg(2 \times 5) = \lg 10 = 1$. (3) 原式 $= \log_2 2^3 = 3$.

归纳探究

三个等式均正确, 证明略.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. D 2. B 3. A 4. D 5. D

6. C **解析** $\lg x = \lg a + 2\lg b - 3\lg c = \lg \frac{ab^2}{c^3}, \therefore x = \frac{ab^2}{c^3}$, 故选 C.

二、填空题

1. 0 -2 2 $\frac{2}{5}$ 7 3 1 0 2

2. 1

3. 1

4. $2\sqrt{5}$ **解析** 原式 $= 2 \cdot 2^{\log_2 \sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$.

三、解答题

1. **解**: (1) $\lg \sqrt{x} = \lg x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \lg x$.

(2) $\lg \left(\frac{y}{x}\right)^2 = 2\lg \frac{y}{x} = 2\lg y - 2\lg x$.

(3) $\lg \frac{x^2 \sqrt{y}}{z^3} = \lg x^2 \sqrt{y} - \lg z^3 = \lg x^2 + \lg \sqrt{y} - 3\lg z = 2\lg x + \frac{1}{2} \lg y - 3\lg z$.

2. **解**: (1) 原式 $= \log_2 4 + \log_2 2^5 = 2 + 5 = 7$.

(2) 原式 $= 0 + 2 - 2 = 0$.

(3) 原式 $= \lg(9 \times 7 \times \frac{25}{7} \div \frac{9}{4}) + 0 = \lg 100 = 2$.

3. **解**: $\log_5 12 = \frac{\lg 12}{\lg 5} = \frac{\lg(2^2 \times 3)}{\lg \frac{10}{2}} = \frac{2\lg 2 + \lg 3}{1 - \lg 2} = \frac{2a + b}{1 - a}$.

5.4 对数函数

当堂检测

1. (1)× (2)× (3)× (4)× (5)√ 2. (1)增 (2)减 3. < >

归纳探究

根据对数式和指数式的关系可知 $y = \log_a x$ 可以转化为 $a^y = x$, 联想指数函数中底数的范围可知, $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. C 2. B 3. A 4. D 5. D 6. C 7. C

8. C **解析** 由定义域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$ 可得函数图像过第一、四象限.

二、填空题

1. < > **解析** 当 $a > 1$ 时, 函数在 $(0, +\infty)$ 内是增函数; 当 $0 < a < 1$ 时, 函数在



$(0, +\infty)$ 内是减函数,根据此性质可以很容易比较大小.

2. $(6, +\infty)$ **解析** $7 > 1$,故对数函数为增函数,所以 $x > 6$.

3. $(1, +\infty)$ **解析** 因为 $\log_a 2 < \log_a 3$ 且 $2 < 3$,可知函数为增函数,故 $a > 1$.

4. 3 **解析** 把点代入解析式计算得 $a = 3$.

5. $\log_{0.2} 2 < \log_2 1 < \log_2 3$ **解析** $\log_2 3 > 0, \log_2 1 = 0, \log_{0.2} 2 < 0$,故 $\log_{0.2} 2 < \log_2 1 < \log_2 3$.

三、解答题

1. **解**: (1) 把点 $(8, 3)$ 代入 $f(x) = \log_a x$ 得 $3 = \log_a 8$, 即 $a^3 = 8 = 2^3$, 解得 $a = 2$.

因此函数的解析式为 $f(x) = \log_2 x (x > 0)$.

(2) 由 $a = 2 > 1$ 知该函数在 $(0, +\infty)$ 内为增函数.

(3) $f(16) = \log_2 16 = 4$.

2. **解**: (1) 使 $y = \log_2(3x - 6)$ 有意义 $\Leftrightarrow 3x - 6 > 0 \Leftrightarrow 3x > 6 \Leftrightarrow x > 2$.

因此函数的定义域为 $(2, +\infty)$.

(2) 使 $y = \frac{1}{\lg x - 1}$ 有意义 $\Leftrightarrow \begin{cases} \lg x - 1 \neq 0, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 10, \\ x > 0. \end{cases}$

因此函数的定义域为 $(0, 10) \cup (10, +\infty)$.

5.5 指数函数与对数函数的应用

当堂检测

1. **解**: 设 x 小时后可分裂为 y 个.

由题意得 $y = 4^x$,

当 $x = 3$ 时, $y = 4^3 = 64$.

故这个细胞经过 3 小时后可分裂到 64 个.

2. **解**: 设 x 年后张老师的工资为 y 万元.

由题意得 $y = 10 \times (1 + 5\%)^x$, 令 $20 = 10 \times (1 + 5\%)^x$,

则 $1.05^x = 2$, 得 $x = \log_{1.05} 2 \approx 14.2$.

答: 大约经过 15 年张老师的工资可翻一番.

归纳探究

在解决对数函数的问题时,先利用指数函数进行研究,再转化为对数函数或求对数值.

课后——巩固·提升

解答题

1. **解**: 设经过 x 年后还有 y 万公顷荒地需要绿化.

由题意得: $y = 3(1 - 20\%)^x$, 即 $y = 3 \times 0.8^x$,

当 $x = 4$ 时, $y = 3 \times 0.8^4 = 1.228 8$.

故经过 4 年后还有 1.228 8 万公顷荒地需要绿化.

2. **解**: 设 x 年后设备的价值为 y 万元.

由题意得 $y = 100 \times (1 - 10\%)^x$, 即 $y = 100 \times 0.9^x$.

令 $50 = 100 \times 0.9^x$, 即 $0.9^x = 0.5$, 得 $x = \log_{0.9} 0.5 \approx 7$.



答:经过7年后,设备的价值仅为原来的一半.

3. 解:设 x 年后该文物价值约为 y 万元,

由题意得 $y=200 \times (1+10\%)^x$, 即 $y=200 \times 1.1^x$.

令 $400=200 \times 1.1^x$, 即 $1.1^x=2$, 得 $x=\log_{1.1} 2 \approx 7$.

答:7年后该文物价值约400万元.

第六章 直线与圆的方程

6.1 两点间的距离公式和线段的中点坐标公式

当堂检测

1. $5; (\frac{7}{2}, 5)$ 2. $5; (-\frac{1}{2}, -3)$

3. 解:(1)因为点 D 是边 AB 的中点,所以点 D 的坐标为 $(\frac{-2+6}{2}, \frac{-3-3}{2})$, 即 $(2, -3)$.

(2) $|CD| = \sqrt{(6-2)^2 + (0+3)^2} = 5$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. D 2. A

3. B 解析 设点 N 的坐标为 $(x, 0)$, 则 $|MN| = \sqrt{(x+2)^2 + (-3)^2} = 5$, 解得 $x=2$ 或 $x=-6$. 故点 N 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-6, 0)$.

二、填空题

1. 10 或 -14 解析 由 $|MN| = \sqrt{(-3-2)^2 + (m+2)^2} = 13$, 解得 $m=10$ 或 $m=-14$.

2. $4; \frac{5}{2}$ 解析 因为 $M(3, n)$ 是以 $P(m, -1)$ 和 $Q(2, 6)$ 为端点的线段的中点, 所以 $3 = \frac{m+2}{2}, n = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}$, 解得 $m=4$.

三、解答题

解:因为点 A, B 关于点 C 对称,

所以点 C 是线段 AB 的中点.

于是 $x = \frac{2+4}{2} = 3, 6 = \frac{y+10}{2}$, 解得 $y=2$.

6.2 直线的方程

6.2.1 直线的倾斜角与斜率

当堂检测

1. (1) $60^\circ; \sqrt{3}$; (2) $135^\circ; -1$; (3) $0^\circ; 0$

2. 解:因为 $\tan \alpha = k = \frac{-3 - (-3)}{5 - (-1)} = 0$, 所以 $\alpha = 0^\circ, k = 0$.