

# 陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试

## 数学考前冲刺卷

《数学考前冲刺卷》编写组 编

### 内容提要

《陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学考前冲刺卷》是为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生量身定做的复习用书,每套试卷的知识点的选取紧密结合教学内容,试题类型、试题难度等的设计均参照了历年考试真题和最新考试说明,依托教材,衔接真题,紧抓重点,精准训练.本书设置了数学考前冲刺卷和近几年陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题卷,数学考前冲刺卷的题型与真题高度一致,知识点覆盖全面,难度与分值设置合理.考生可以利用本书模拟考试情景,更好地把握考情,学习必备的应试技巧,提高应试能力.

本书既可以作为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生的复习用书,也可作为相关学校学生的学习资料.

### 图书在版编目(CIP)数据

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学考前冲刺卷 / 《数学考前冲刺卷》编写组编. — 上海: 上海交通大学出版社, 2022. 8 (2025. 2 重印)

ISBN 978-7-313-27236-2

I. ①陕… II. ①数… III. ①数学课—高等职业教育—入学考试—习题集 IV. ①G718.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 147512 号

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学考前冲刺卷  
SHAANXI SHENG PUTONG GAODENG XUEXIAO ZHIYE JIAOYU DANDU ZHAOSHENG KAOSHI SHUXUE KAOQIAN CHONGCIJUAN

《数学考前冲刺卷》编写组 编

出版发行: 上海交通大学出版社

地 址: 上海市番禺路 951 号

邮政编码: 200030

电 话: 021-64071208

印 制: 三河市骏杰印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/8

印 张: 8.75

字 数: 181 千字

版 次: 2022 年 8 月第 1 版

印 次: 2025 年 2 月第 4 次印刷

书 号: ISBN 978-7-313-27236-2

定 价: 39.00 元

 上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

版权所有 侵权必究

告读者: 如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 0316-3662258

# 前 言

# 目 录

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试是相关学校毕业生参加的选拔性考试.有关高等职业院校将根据考生的成绩,按已确定的招生计划,德、智、体全面衡量,择优录取.考试具有较高的信度、效度和必要的区分度,成为陕西省普通高等学校职业教育单独招生的重要依据,受到越来越多考生、家长、学校的重视.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织陕西省多所学校的一线任课教师及教研员,以课程标准、教学大纲及最新考试说明为依据,深入研究近几年陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试试卷的命题情况,紧密结合中职考生的学习特点,精心编写了本书,供广大考生在复习备考时使用.

数学是考试的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在.本书在编写时紧扣教学大纲和考试说明,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书有以下鲜明特色:

## 1. 编者阵容强大,熟知学情考情

编写成员均系资深教研员和相关学校的骨干教师,始终工作在教学一线,熟悉考情和考生的备考情况,使本书具有极高的权威性.

## 2. 立足考试大纲,全面服务考生

本书是为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生量身定做的复习用书.知识点的选取、试题难度的设计等均参照了历年考试真题和最新考试说明,体现出考试特色,既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势.

## 3. 编排合理,设计科学

本书共 17 套试卷,包括 14 套数学考前冲刺卷和 3 套陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题卷.其中,数学考前冲刺卷试题难度、对知识点的考查都与真题相似,可以很好地帮助考生把握考试难度,掌控答题速度,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力.

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中存在的不足,敬请各位读者不吝指正.

最后,预祝广大考生在考试中取得好成绩!

《数学考前冲刺卷》编写组

数学考前冲刺卷(一) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(二) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(三) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(四) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(五) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(六) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(七) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(八) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(九) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(十) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(十一) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(十二) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(十三) .....	共 8 页
数学考前冲刺卷(十四) .....	共 8 页
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(一) .....	共 8 页
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(二) .....	共 8 页
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(三) .....	共 8 页

## 数学考前冲刺卷(一)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 设集合  $A = \{x | x < 3\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x | x < 3\}$  B.  $\{1, 2\}$   
C.  $\{0, 1, 2, 3\}$  D.  $\{0, 1, 2\}$
2. 函数  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  的单调递增区间是 ( )  
A.  $(0, +\infty)$  B.  $(-1, 1)$   
C.  $(-\infty, +\infty)$  D.  $(-\infty, 0)$
3. 如果  $\sin \theta = \frac{4}{5}$ , 且  $\theta$  是第二象限角, 那么  $\tan \theta =$  ( )  
A.  $-\frac{4}{3}$  B.  $-\frac{3}{4}$   
C.  $\frac{3}{4}$  D.  $\frac{4}{3}$
4. 不等式  $(x-1)(x-2) < 0$  的解集为 ( )  
A.  $(1, 2)$  B.  $[1, 2]$   
C.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  D.  $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$
5. 过点  $(1, 2)$  且与直线  $2x + y - 3 = 0$  平行的直线方程是 ( )  
A.  $2x + y - 5 = 0$  B.  $2x + y - 4 = 0$   
C.  $2y - x - 3 = 0$  D.  $y + 2x - 4 = 0$
6. 设  $\{a_n\}$  是等比数列,  $a_4$  和  $a_3$  是方程  $x^2 - 2x - 15 = 0$  的两个根, 则  $a_2 \cdot a_5 =$  ( )  
A. 2 B. -2  
C. -15 D. 15

7. “ $x > 0$ ”是“ $|x| = x$ ”成立的 ( )  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
  8. 若轴截面是正方形的圆柱的侧面积为  $4\pi$ , 则圆柱的体积等于 ( )  
A.  $2\pi$  B.  $3\pi$   
C.  $4\pi$  D.  $8\pi$
  9. 若向量  $a = (1, -1)$ ,  $b = (-1, 2)$ , 则  $(2a + b) \cdot b =$  ( )  
A. 2 B. 1  
C. 0 D. -1
  10. 下列函数中, 图像关于原点对称的是 ( )  
A.  $y = 2x + 3$  B.  $y = 2^x$   
C.  $y = 2x + \sin x$  D.  $y = \ln x^2$
  11. 过点  $A(-1, 1)$  和  $B(1, 3)$  且圆心在  $x$  轴上的圆的方程是 ( )  
A.  $x^2 + (y - 2)^2 = 2$  B.  $x^2 + (y - 2)^2 = 10$   
C.  $(x - 2)^2 + y^2 = 2$  D.  $(x - 2)^2 + y^2 = 10$
  12. 某批产品有 150 件, 其中有 3 件次品, 从中摸出 1 件是次品的概率是 ( )  
A.  $\frac{1}{20}$  B.  $\frac{1}{25}$   
C.  $\frac{1}{40}$  D.  $\frac{1}{50}$
- 二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上)
13. 计算  $\sin(-870^\circ) =$  \_\_\_\_\_.
  14. 若  $\log_3(a-1) = 2$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
  15. 已知  $a = 2^{\frac{4}{3}}$ ,  $b = 3^{\frac{2}{3}}$ ,  $c = 25^{\frac{1}{3}}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 \_\_\_\_\_.
  16. 某中学初一、初二、初三 3 个年级分别有 500 人、600 人、400 人, 现用分层抽样的方法抽取 30 人进行问卷调查, 则从初一年级抽取的人数是 \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 小题每小题 12 分,共 70 分)

17. (本小题满分 10 分)

已知向量  $\mathbf{a}=(2,0)$ ,  $\mathbf{b}=(-1,\sqrt{3})$ .

(1)求向量  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ ;

(2)求  $|\mathbf{a}+2\mathbf{b}|$  的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知角  $\alpha$  的终边经过点  $(-3,-4)$ .

(1)求  $\sin \alpha$  和  $\cos \alpha$  的值;

(2)求  $\sin(2\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$  的值.

19. (本小题满分 12 分)

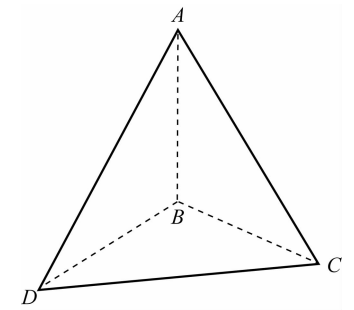
已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 前  $n$  项的和  $S_n = n^2$ . 求:

- (1)  $a_4$  的值;
- (2) 数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (3) 和式  $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{25}$  的值.

20. (本小题满分 12 分)

如图所示, 在三棱锥  $A-BCD$  中,  $AB \perp BC$ ,  $AB \perp BD$ ,  $BC \perp BD$ ,  $AB = BC = BD = 1$ .

- (1) 求证:  $AB \perp CD$ ;
- (2) 求三棱锥  $A-BCD$  的体积.



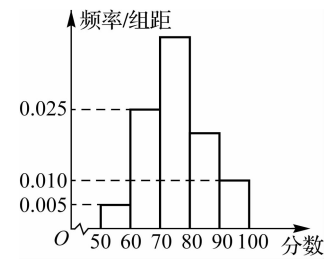
第 20 题图

21. (本小题满分 12 分)

某校高二年级 400 名学生参加知识竞赛(满分 100 分),对成绩进行统计,绘制频率分布直方图如图所示.

(1)求分数不低于 70 分的学生人数;

(2)若分数在  $[70, 80)$  的学生有 160 人,求这 400 名学生的平均成绩.



22. (本小题满分 12 分)

某种商品每件成本为 50 元,经市场调查发现,若售价为 80 元/件,可以卖出 1 000 件,单件每提高 5 元,则销量减少 10 件.

(1)设售价为  $x$  元,利润为  $y$  元,求此函数解析式  $y=f(x)$ ;

(2)当售价定为多少元时,投资少且利润最大? 最大利润是多少?

## 数学考前冲刺卷(二)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 若集合  $M = \{x | x > 5\}$ ,  $N = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )
  - A.  $\{x | x > 3\}$
  - B.  $\{6, 7, 8\}$
  - C.  $\{x | 5 < x \leq 8\}$
  - D.  $\{6, 8\}$
2. 下列函数中既是偶函数,又在  $(0, +\infty)$  上是减函数的是 ( )
  - A.  $y = 2x - 3$
  - B.  $y = \sin x$
  - C.  $y = x^2 + 2$
  - D.  $y = -x^2$
3. 若角  $\theta$  为象限角,且  $\cos \theta > 0$ , 则角  $\theta$  是 ( )
  - A. 第一象限角
  - B. 第二象限角
  - C. 第四象限角
  - D. 第一象限角或第四象限角
4. 不等式  $|x + 1| > 2$  的解集为 ( )
  - A.  $[-3, 1]$
  - B.  $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$
  - C.  $(-3, 1)$
  - D.  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$
5. 若函数  $f(2x) = \log_2(x-1) + 2^{x-2}$ , 则  $f(4) =$  ( )
  - A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D.  $4 + \log_2 3$
6. 下列直线与直线  $2x - 3y + 5 = 0$  平行的是 ( )
  - A.  $4x - 6y - 5 = 0$
  - B.  $3x - 2y - 2 = 0$
  - C.  $2x + 3y - 5 = 0$
  - D.  $4x + 6y + 5 = 0$

7. “ $a = b = c$ ”是“ $a, b, c$  为等比数列”的 ( )
    - A. 充分不必要条件
    - B. 必要不充分条件
    - C. 充要条件
    - D. 既不充分又不必要条件
  8. 已知正方体的表面积是  $54 \text{ cm}^2$ , 则它的体积是 ( )
    - A.  $9 \text{ cm}^3$
    - B.  $27 \text{ cm}^3$
    - C.  $36 \text{ cm}^3$
    - D.  $54 \text{ cm}^3$
  9. 已知平面向量  $a = (1, 2)$ ,  $b = (x, -6)$ . 若  $a \parallel b$ , 则  $a \cdot b =$  ( )
    - A. -3
    - B. -15
    - C. 0
    - D. 6
  10. 函数  $y = 2 - \sin x \cos x$  的最大值为 ( )
    - A. 1
    - B.  $\frac{5}{2}$
    - C. 3
    - D.  $\frac{3}{2}$
  11. 以点  $(1, -2)$  为圆心且与直线  $x - y - 1 = 0$  相切的圆的方程是 ( )
    - A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$
    - B.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$
    - C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$
    - D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$
  12. 某地区小学生有 33 500 人,初中生有 23 600 人,高中生有 9 500 人,为考查该地区学生身高与体重的比例,从中选出 1 000 名学生进行测量,抽取样本采用 ( )
    - A. 随机数法
    - B. 分层抽样
    - C. 抓阄
    - D. 系统抽样
- 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)
13.  $\sin 600^\circ =$  \_\_\_\_\_.
  14. 若函数  $y = \log_a x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,则  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.
  15. 如果  $0 < x < 1$ , 那么  $3^x, \left(\frac{1}{3}\right)^x, \log_3 x$  的大小关系为 \_\_\_\_\_. (提示:作图完成)
  16. 为强化安全意识,某商场计划在未来的连续 10 天中随机抽取 3 天进行紧急疏散演练,则选择的 3 天恰好为连续 3 天的概率是 \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 小题每小题 12 分,共 70 分)

17. (本小题满分 10 分)

已知  $\mathbf{a}=(-3,5)$ ,  $\mathbf{b}=(-15,m)$ .

(1) 当实数  $m$  为何值时,  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ?

(2) 当实数  $m$  为何值时,  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ ?

18. (本小题满分 12 分)

已知  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ .

(1) 求  $\sin \alpha$  和  $\tan \alpha$  的值;

(2) 求  $\sin(\pi+\alpha) + \cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)$  的值.



19. (本小题满分 12 分)

在等差数列  $\{a_n\}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 中, 已知  $a_2=4, a_3+a_4+a_5=24$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

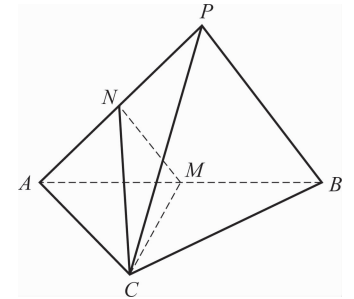
(2) 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 数列  $\{b_n\}$  满足对任意  $n \in \mathbf{N}^*$  有  $b_n = \frac{1}{2S_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. (本小题满分 12 分)

如图所示, 在三棱锥  $P-ABC$  中, 平面  $PAB \perp$  平面  $ABC, PA \perp PB, M, N$  分别为  $AB, PA$  的中点.

(1) 求证:  $PB \parallel$  平面  $MNC$ ;

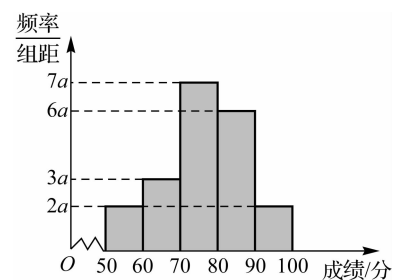
(2) 若  $AC=BC$ , 求证:  $PA \perp$  平面  $MNC$ .



第 20 题图

21. (本小题满分 12 分)

有 20 名学生某次数学考试成绩(单位:分)的频率分布直方图如下.



第 21 题图

- (1) 求频率分布直方图中  $a$  的值并分别求出成绩落在  $[50, 60)$  与  $[60, 70)$  中的学生人数;
- (2) 求本次考试数学平均成绩.

22. (本小题满分 12 分)

端午节是我国入选世界非物质文化遗产的传统节日,端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 已知猪肉粽每盒进价为 40 元, 售价为 50 元时, 每天可售出 100 盒; 每盒售价提高 1 元时, 每天将少售出 2 盒.

- (1) 设猪肉粽每盒售价为  $x$  ( $50 \leq x \leq 75$ ) 元, 求该商家每天销售猪肉粽的利润  $y$  (单位: 元) 关于  $x$  的函数解析式;
- (2) 当售价  $x$  ( $50 \leq x \leq 75$ ) 为多少时, 利润  $y$  取得最大值并求最大利润.

(赠册)

**陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试**  
**数学考前冲刺卷**  
**参考答案及解析**

# 目 录

数学考前冲刺卷(一)参考答案及解析 .....	1
数学考前冲刺卷(二)参考答案及解析 .....	3
数学考前冲刺卷(三)参考答案及解析 .....	6
数学考前冲刺卷(四)参考答案及解析 .....	9
数学考前冲刺卷(五)参考答案及解析 .....	12
数学考前冲刺卷(六)参考答案及解析 .....	15
数学考前冲刺卷(七)参考答案及解析 .....	18
数学考前冲刺卷(八)参考答案及解析 .....	21
数学考前冲刺卷(九)参考答案及解析 .....	24
数学考前冲刺卷(十)参考答案及解析 .....	28
数学考前冲刺卷(十一)参考答案及解析 .....	31
数学考前冲刺卷(十二)参考答案及解析 .....	34
数学考前冲刺卷(十三)参考答案及解析 .....	37
数学考前冲刺卷(十四)参考答案及解析 .....	40
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(一)参考答案及解析 .....	44
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(二)参考答案及解析 .....	46
陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学真题(三)参考答案及解析 .....	49

## 数学考前冲刺卷(一)参考答案及解析

### 一、选择题

1. D 解析:  $\because A = \{x | x < 3\}, B = \{0, 1, 2, 3\}, \therefore A \cap B = \{0, 1, 2\}$ . 故选 D.

2. D 解析: 函数  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  的单调递增区间是  $f(x) = x^2$  的单调递减区间, 因为  $f(x) = x^2$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递减, 在  $(0, +\infty)$  上单调递增. 故选 D.

3. A 解析: 因为  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  且  $\theta$  是第二象限角, 则  $\cos \theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$ , 所以  $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ . 故选 A.

4. A 解析: 由不等式  $(x-1)(x-2) < 0$  得  $1 < x < 2$ , 所以不等式  $(x-1)(x-2) < 0$  的解集为  $(1, 2)$ . 故选 A.

5. B 解析: 与直线  $2x + y - 3 = 0$  平行的直线方程可以设为  $2x + y + D = 0 (D \neq -3)$ . 过点  $(1, 2)$ , 则可以得到  $D = -4$ . 故选 B.

6. C 解析: 因为  $a_4$  和  $a_3$  是方程  $x^2 - 2x - 15 = 0$  的两个根, 所以  $a_3 \cdot a_4 = \frac{c}{a} = -15$ . 因为  $\{a_n\}$  是等比数列, 所以  $a_2 \cdot a_5 = a_3 \cdot a_4 = -15$ . 故选 C.

7. A 解析: 由前者能推出后者, 由后者推不出前者. 故选 A.

8. A 解析: 设圆柱底面半径为  $r$ , 母线长为  $l$ . 因为轴截面为正方形, 所以  $l = 2r$ , 侧面积  $S = 2\pi r l = 4\pi r^2 = 4\pi$ , 故  $r = 1, l = 2$ , 圆柱体积为  $V = \pi r^2 l = 2\pi$ . 故选 A.

9. D 解析: 因为向量  $\mathbf{a} = (1, -1), \mathbf{b} = (-1, 2)$ , 则  $2\mathbf{a} + \mathbf{b} = (1, 0)$ , 所以  $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = 1 \times (-1) + 0 \times 2 = -1$ . 故选 D.

10. C 解析: 图像关于原点对称的函数是奇函数, 而  $y = 2x + 3, y = 2^x$  为非奇非偶函数,  $y = \ln x^2$  为偶函数, 只有  $y = 2x + \sin x$  为奇函数. 故选 C.

11. D 解析: 因为圆心在  $x$  轴上, 所以设圆的标准方程为  $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ , 又点  $A(-1, 1)$  和  $B(1, 3)$  在圆上, 所以代入方程可得 
$$\begin{cases} (-1-a)^2 + 1^2 = r^2, \\ (1-a)^2 + 3^2 = r^2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = 2, \\ r^2 = 10. \end{cases} \text{故选 D.}$$

12. D 解析: 某批产品有 150 件产品, 其中有 3 件次品, 从中摸出 1 件是次品的概率是  $P = \frac{3}{150} = \frac{1}{50}$ . 故选 D.

### 二、填空题

13.  $-\frac{1}{2}$  解析:  $\sin(-870^\circ) = \sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$ .

14. 10 解析: 因为  $\log_3(a-1)=2=\log_3 9$ , 即  $a-1=9$ , 所以  $a=10$ .

15.  $b < a < c$  解析: 因为  $a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}} > 3^{\frac{2}{3}}=b$ ,  $c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}} > 4^{\frac{2}{3}}=a$ , 所以  $b < a < c$ .

16. 10 解析:  $\frac{500}{500+600+400} \times 30 = 10$  (人).

### 三、解答题

17. 解: (1) 因为  $\mathbf{a}=(2,0)$ ,  $\mathbf{b}=(-1,\sqrt{3})$ ,

所以  $|\mathbf{a}|=\sqrt{2^2+0^2}=2$ ,  $|\mathbf{b}|=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=2$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=2 \times (-1)+0 \times \sqrt{3}=-2$ ,

所以  $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = -\frac{1}{2}$ , 则向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  的夹角为  $120^\circ$ .

(2) 方法一:  $|\mathbf{a}+2\mathbf{b}| = \sqrt{\mathbf{a}^2+4\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}+4\mathbf{b}^2} = \sqrt{4-8+16} = 2\sqrt{3}$ .

方法二: 由题意可知,  $\mathbf{a}+2\mathbf{b}=(0, 2\sqrt{3})$ , 所以  $|\mathbf{a}+2\mathbf{b}| = \sqrt{0^2+(2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$ .

18. 解: (1) 因为  $r=\sqrt{x^2+y^2}=5$ , 所以  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = -\frac{4}{5}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x}{r} = -\frac{3}{5}$ .

(2)  $\sin(2\pi+\alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \sin \alpha - (-\sin \alpha) = \sin \alpha + \sin \alpha = -\frac{4}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{8}{5}$ .

19. 解: (1) 由题意得  $S_4=4^2=16$ ,

$S_3=3^2=9$ ,

$\therefore a_4=S_4-S_3=16-9=7$ .

(2)  $\because S_n=n^2$ ,

$\therefore a_1=S_1=1^2=1$ .

当  $n \geq 2$  时,  $a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$ ,

当  $n=1$  时,  $2 \times 1 - 1 = 1 = a_1$ .

$\therefore$  数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n=2n-1, n \in \mathbf{N}^*$ .

(3) 因为  $a_{25}=2 \times 25 - 1 = 49$ ,

所以  $a_1+a_3+a_5$

20. (1) 证明: 因为  $AB \perp BC$ ,  $AB \perp BD$ , 且  $BD \cap BC=B$ ,

所以  $AB \perp$  平面  $BDC$ .

又因为  $CD \subset$  平面  $BDC$ , 所以  $AB \perp CD$ .

(2) 解: 在  $\text{Rt} \triangle BDC$  中,  $BC=BD=1$ .

所以  $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} BD \cdot BC = \frac{1}{2}$ .

所以  $V_{A-BDC} = \frac{1}{3} S_{\triangle BDC} \cdot AB = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$ .

21. 解: (1) 分数低于 70 分的频率为:  $0.005 \times 10 + 0.025 \times 10 = 0.3$ ,

所以分数不低于 70 分的频率为:  $1 - 0.3 = 0.7$ ,

所以分数不低于 70 分的学生人数为:  $400 \times 0.7 = 280$  人.

(2) 分数在  $[70, 80)$  的学生所占的频率为:  $\frac{160}{400} = 0.4$

分数在  $[80, 90)$  的学生所占的频率为:  $0.7 - 0.4 - 0.01 \times 10 = 0.2$

所以这 400 名学生的平均成绩为:

$\bar{x} = 0.005 \times 10 \times 55 + 0.025 \times 10 \times 65 + 0.4 \times 75 + 0.2 \times 85 + 0.01 \times 10 \times 95 = 75.5$  分.

22. 解: 由题意可得,  $y = (x - 50)[1\,000 - 2(x - 80)] = -2x^2 + 1\,260x - 58\,000 = -2(x - 315)^2 + 140\,450$ .

(2) 因为  $y = -2(x - 315)^2 + 140\,450$ ,

所以当  $x = 315$  时, 即售价定为 315 元, 投资少且获得利润最大, 最大利润为 140 450 元.

## 数学考前冲刺卷(二) 参考答案及解析

### 一、选择题

1. B 解析:  $\because M = \{x | x > 5\}, N = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \therefore M \cap N = \{x | x > 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{6, 7, 8\}$ . 故选 B.

2. D 解析: 选项 A, 函数  $y = 2x - 3$  为非奇非偶函数, 不满足偶函数的条件. 选项 B, 函数  $y = \sin x$  为周期函数, 不满足减函数的条件. 选项 C, 函数  $y = x^2 + 2$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数, 也不符合条件. 故选 D.

3. D 解析: 若角  $\theta$  为象限角, 且  $\cos \theta > 0$ , 则角  $\theta$  是第一象限角或第四象限角. 故选 D.

4. D 解析: 把绝对值不等式  $|x + 1| > 2$  转化为  $x + 1 > 2$  或  $x + 1 < -2$ , 解得  $x > 1$  或  $x < -3$ . 故选 D.

5. B 解析:  $f(4) = f(2 \times 2) = \log_2(2 - 1) + 2^{2-2} = 0 + 1 = 1$ . 故选 B.

6. A 解析: 两条直线平行的充要条件为  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ . 故选 A.

7. D 解析:  $\because$  当  $a = b = c = 0$  时,  $a, b, c$  不成等比数列; 而当  $a, b, c$  成等比数列时, 不一定有  $a = b = c$ . 故选 D.

8. B 解析: 设正方体的棱长是  $a$  cm, 因为  $S_{\text{正方体表}} = 6a^2 = 54(\text{cm}^2)$ , 所以  $a = 3$ , 所以  $V_{\text{正方体}} = a^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27(\text{cm}^3)$ . 故选 B.

9. B 解析: 由  $a // b$  得  $1 \times (-6) - 2x = 0$ , 于是  $2x = -6$ , 解得  $x = -3$ , 所以  $b = (-3, -6)$ , 即  $a \cdot b = 1 \times (-3) + 2 \times (-6) = -15$ . 故选 B.

10. B 解析:  $\because y = 2 - \sin x \cos x = 2 - \frac{1}{2} \sin 2x, \therefore$  当  $\sin 2x = -1$  时,  $y_{\text{最大}} = 2 + \frac{1}{2} =$

$\frac{5}{2}$ . 故选 B.

11. A **解析**: 由题意可知, 圆心  $(1, -2)$  到直线  $x - y - 1 = 0$  的距离为  $d = \frac{|1 \times 1 + (-1) \times (-2) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$ , 则圆的半径  $r = \sqrt{2}$ , 所以所求圆的标准方程为  $(x-1)^2 +$

$(y+2)^2 = 2$ . 故选 A.

12. B **解析**: 当总体由有明显差异的几个部分组成时, 可将总体按差异情况分成互不重叠的几个部分, 每一部分为一层, 然后按各层个体总数所占的比例来进行抽样, 这种抽样方法叫作分层抽样. 故选 B.

## 二、填空题

13.  $-\frac{1}{2}$  **解析**:  $\cos 600^\circ = \cos(720^\circ - 120^\circ) = \cos(-120^\circ) = -\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ .

14.  $\{a | 0 < a < 1\}$  **解析**: 若底数  $0 < a < 1$ , 则对数函数  $y = \log_a x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减.

15.  $\log_3 x < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$  **解析**: 作指数函数  $y = 3^x$ ,  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ , 对数函数  $y = \log_3 x$  的图像 (图略), 从图像上观察当  $0 < x < 1$  时,  $\log_3 x < 0$ ,  $0 < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 1$ ,  $1 < 3^x < 3$ , 所以  $\log_3 x < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$ .

16.  $\frac{1}{15}$  **解析**: 在未来的连续 10 天中随机抽取 3 天进行紧急疏散演练共有  $C_{10}^3 = 120$  种情况, 其中选择的 3 天恰好为连续 3 天的情况有 8 种, 所以选择的 3 天恰好为连续 3 天的概率是  $\frac{8}{120} = \frac{1}{15}$ .

## 三、解答题

17. **解**: (1) 当  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$  时,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ,

即  $(-3) \times (-15) + 5m = 0$ , 解得  $m = -9$ .

(2) 当  $\mathbf{a} // \mathbf{b}$  时, 则  $-3m = 5 \times (-15)$ , 解得  $m = 25$ .

18. **解**: (1) 因为  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ,

所以  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{144}{169}$ , 解得  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ .

所以  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$ .

(2)  $\sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha + (-\sin \alpha) = -2\sin \alpha = (-2) \times \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{24}{13}$ .

19. **解**: (1)  $\because a_3 + a_4 + a_5 = 24$ ,  $\{a_n\}$  为等差数列,



$$\therefore 3a_4 = 24,$$

解得  $a_4 = 8$ .

$$\text{又 } a_2 = 4,$$

$$\therefore \text{数列的公差 } d = \frac{a_4 - a_2}{2} = 2,$$

$$\therefore a_1 = a_2 - 2 = 2.$$

$\therefore$  数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 2 + 2 \cdot (n-1) = 2n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

$$(2) \therefore S_n = \frac{n(2+2n)}{2} = n(n+1),$$

$$\therefore b_n = \frac{1}{2S_n} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right),$$

$\therefore$  数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n = b_1 + b_2 +$

$$\begin{aligned} b_3 + \dots + b_n &= \frac{1}{2} \times \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{n}{2(n+1)}. \end{aligned}$$

20. **证明:** (1) 因为  $M, N$  分别是  $AB, PA$  的中点,

所以  $MN \parallel PB$ .

又因为  $MN \subset$  平面  $MNC, PB \not\subset$  平面  $MNC$ ,

所以  $PB \parallel$  平面  $MNC$ .

(2) 因为  $PA \perp PB, MN \parallel PB$ ,

所以  $MN \perp PA$ .

又因为  $AC = BC, M$  为  $AB$  的中点,

所以  $CM \perp AB$ .

又因为平面  $PAB \perp$  平面  $ABC, AB$  为公共棱,

所以  $CM \perp$  平面  $PAB$ .

则  $CM \perp PA$ .

又因为  $MN \cap CM = M$ ,

所以  $PA \perp$  平面  $MNC$ .

21. **解:** (1) 由频率分布直方图可得  $(2a + 3a + 7a + 6a + 2a) \times 10 = 1$ , 解得  $a = 0.005$ .

成绩落在  $[50, 60)$  中的学生人数为  $2 \times 0.005 \times 10 \times 20 = 2$  (名),

成绩落在  $[60, 70)$  中的学生人数为  $3 \times 0.005 \times 10 \times 20 = 3$  (名).