巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn

策划编辑 张霞丽
责任编辑 胡思佳
封面设计 黄燕美

四川省职教高考
数学考前押题卷

扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-32355-2
定价：38.00元

四川省职教高考数学考前押题卷
华腾新思职教高考研究中心 编
上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

华腾新思

四川省职教高考
数学考前押题卷

华腾新思职教高考研究中心 编

☑ 紧扣考纲
☑ 直击考点
☑ 最后练兵

赠册 参考答案及解析

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

巩　固　篇

数学考前押题卷·巩固篇(一)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1.已知集合$A=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$,集合$B=\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$,则$A\cup B=$　(　　)

A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$　　B. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $\{2,3\}$

2.函数$f(x)=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$的定义域是　(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(1,2]$

3.不等式$-x^2-x+2\geqslant 0$的解集是　(　　)

A. $\{x|x\leqslant -2$或$x\geqslant 1\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\varnothing$

4.已知$\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{3},-4\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\frac{1}{2},x\right)$,且$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,则$x=$　(　　)

A. $-\frac{2}{3}$　　B. 6　　C. -6　　D. $-\frac{1}{6}$

5.函数$y=\log_a x+1(a>0$且$a\neq 1)$的图像恒过定点　(　　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(1,1)$　　D. $(1,0)$

6.已知$\sin\theta=\frac{1}{3}$,$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,则$\tan\theta=$　(　　)

A. -2　　B. $-\sqrt{2}$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{8}$

7.若a,b分别为函数$y=\frac{1}{3}\sin x-1$的最大值和最小值,则$a+b=$　(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. -2

8.设$f(x)=\begin{cases}x+3, x>10,\\ f[f(x+5)], x\leqslant 10,\end{cases}$则$f(5)=$　(　　)

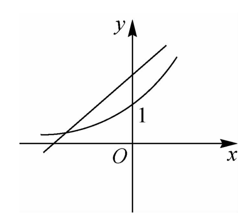
A. 24　　B. 21　　C. 18　　D. 16

9.在$\triangle ABC$中,若$a=2$,$b=\sqrt{2}$,$c=\sqrt{3}+1$,则$\triangle ABC$是　(　　)

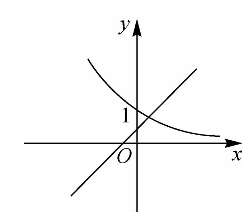
A. 锐角三角形　　B. 钝角三角形

C. 直角三角形　　D. 等边三角形

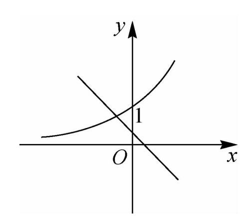
10.若$0<a<1$,则函数$y=a^x$与$y=x+a$的图像可能是　(　　)



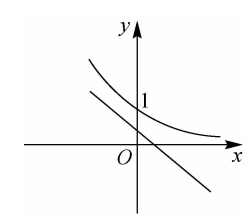
A



B



C



D

第Ⅱ卷(共50分)

二、填空题(本大题共3小题,每小题4分,共12分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11.计算:$27^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2 3}\times\log_2\frac{1}{8}+\lg 4+2\lg 5=$________.

12.某班要从5位身高分别为170 cm,180 cm,175 cm,168 cm,183 cm的同学中随机选出两位同学参加学校的演讲比赛,则所选的同学的身高均低于180 cm的概率是________.

13.已知直线l:$x-y+4=0$与圆C:$(x-1)^2+(y-1)^2=4$,则圆C上各点到直线l距离的最小值是________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,其前 n 项和 $S_n=n^2$. 求:

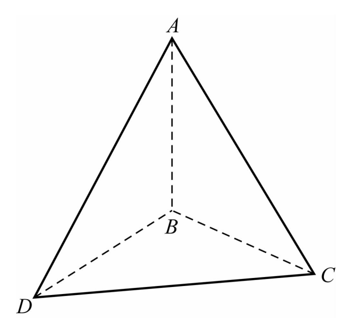
(1)数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)和式 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}$的值.

15. 如图所示,在三棱锥 A-BCD 中,$AB\perp BC$,$AB\perp BD$,$BC\perp BD$,$AB=BC=BD=1$.

(1)求证: $AB\perp CD$;

(2)求三棱锥 A-BCD 的体积.



16. 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$ 和直线 l: $y=x+m$,直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点.

(1)求椭圆 C 的离心率;

(2)求$\triangle ABO$(O 为坐标原点)的面积 S.

数学考前押题卷·巩固篇(二)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 已知全集 $U=\{a,b,c,d\}$,集合 $M=\{a,c\}$,则 $\complement_U M=$ (　　)

A. $\varnothing$　　B. $\{a,c\}$

C. $\{b,d\}$　　D. $\{a,b,c,d\}$

2. 函数 $f(x)=(x-3)^0+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$的定义域为 (　　)

A. $\{x|x>2$ 且 $x\neq3\}$　　B. $\{x|x>3\}$

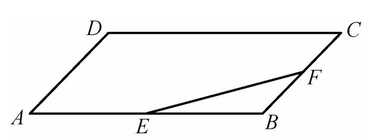
C. $\{x|x\geqslant2$ 且 $x\neq3\}$　　D. $\{x|x\geqslant3\}$

3. 已知函数 $f(x)$的定义域是 $\mathbf{R}$,若对于任意两个不相等的实数 x_1,x_2,总有$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$ 成立,则函数 $f(x)$一定是 (　　)

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 增函数　　D. 减函数

4. 已知平行四边形 $ABCD$,点 E,F 分别是 AB,BC 的中点(如图所示),设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{EF}=$ (　　)



A. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

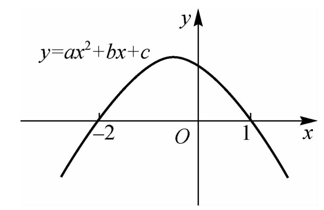
C. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$　　D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

5. 过点 $P(-2,1)$且与圆 C:$(x+1)^2+y^2=2$ 相切的直线方程为 (　　)

A. $x+y+1=0$　　B. $x-y+3=0$

C. $x+y-1=0$　　D. $x-y-3=0$

6. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图所示,则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 (　　)



A. $(-2,1)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

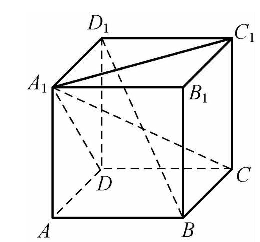
C. $[-2,1]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$

7. 已知椭圆 C 的焦点在 x 轴上,离心率为$\frac{1}{2}$,且过点$\left(1,\frac{3}{2}\right)$,则椭圆 C 的标准方程为 (　　)

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$　　D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$

8. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$(如图所示),则下列结论正确的是 (　　)



A. $BD_1/\!/A_1A$　　B. $BD_1/\!/A_1D$　　C. $BD_1\perp A_1C$　　D. $BD_1\perp A_1C_1$

9. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle A,\angle B,\angle C$ 的对边分别是 a,b,c,若 $a^2+b^2=c^2+ab\sin C$,且 $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}b$,则 $\tan A=$ (　　)

A. 3　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. 3 或$-\frac{1}{3}$　　D. -3 或$\frac{1}{3}$

10. 从甲、乙、丙、丁四位同学中选拔一位成绩较稳定的优秀选手参加本省职业院校技能大赛,在相同条件下经过多轮测试,成绩分析如下表所示,根据表中数据判断,最佳人选为 (　　)

人员	甲	乙	丙	丁
平均成绩 $\overline{x}$/分	96	96	85	85
标准差 s/分	4	2	4	2

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

第Ⅱ卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 4 分,共 12 分. 请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分)

11. 已知球的直径为 2,则该球的体积是________.

12. 已知 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$,若 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\sin\theta=$__________.

13. 已知点 M 在抛物线 $y^2=2px(p>0)$上,若点 M 到抛物线对称轴的距离是 4,到准线的距离是 5,则 p 的值是________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$中,$a_1=4$,$b_1=-2$,数列$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列,数列$\{a_n+b_n\}$是公比为 2 的等比数列.

(1)求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

15. 袋子中有 5 个大小相同的小球,其中 3 个白球,2 个黑球. 有放回地摸球两次,每次从袋子中随机摸出 1 个球. 求

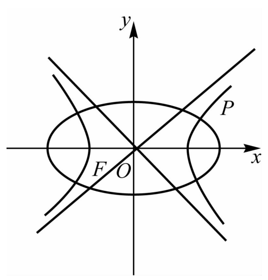
(1)第一次摸到白球的概率;

(2)两次都摸到白球的概率.

16. 如图所示,已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左顶点与椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$的左焦点 F 重合,双曲线与椭圆在第一象限相交于点 $P\left(\frac{5}{3},\frac{4}{3}\right)$.

(1)求双曲线的标准方程;

(2)过点 F 的直线 l 与椭圆相交于点 M,N,线段 MN 的中点在双曲线的渐近线上,求直线 l 的方程.



数学考前押题卷·巩固篇(三)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 若集合 $M=\{x|x>5\}$,$N=\{3,4,5,6,7,8\}$,则 $M\cap N=$ ( )

A. $\{x|x>3\}$　　B. $\{6,7,8\}$

C. $\{x|5<x\leqslant 8\}$　　D. $\{6,8\}$

2. 函数 $y=\sqrt{3-x}+\lg(x+1)$ 的定义域为 ( )

A. $(-1,3)$　　B. $[-1,3)$

C. $(-\infty,-1)\cup[3,+\infty)$　　D. $(-1,3]$

3. 若函数 $f(2x)=\log_2(x-1)+2^{x-2}$,则 $f(4)=$ ( )

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. $4+\log_2 3$

4. 已知点 D 为△ABC 的边 BC 的中点,则 ( )

A. $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$　　B. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$　　D. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

5. 若 $0<x<y<1$,则 ( )

A. $3^y<3^x$　　B. $\log_x 3<\log_y 3$

C. $\log_4 x<\log_4 y$　　D. $\left(\frac{1}{4}\right)^x<\left(\frac{1}{4}\right)^y$

6. 在△ABC 中,若 $\sin B=2\sin A\cos C$,那么△ABC 一定是 ( )

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 等边三角形

7. 已知样本 $3,2,x,4$ 的平均数为3,则该样本的标准差为 ( )

A. 2　　B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. 已知直线 l 的倾斜角为 α,且 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$,则该直线的斜率等于 ( )

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$

C. $\pm\frac{3}{4}$　　D. $\pm\frac{4}{3}$

9. 函数 $f(x)=ax^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4]$ 上为减函数,则 a 的取值范围为 ( )

A. $0<a\leqslant\frac{1}{5}$　　B. $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{5}$

C. $0<a<\frac{1}{5}$　　D. $a>\frac{1}{5}$

10. 在对某次数学成绩统计分析过程中,选取了容量为30的样本,分组后的频数表如下.

组距	[30,50)	[50,70)	[70,90)	[90,110)	[110,130)	[130,150]
频数	2	x	6	11	5	2

根据计算,某区间数据的频率为0.7,则该区间为 ( )

A. [70,130)　　B. [30,90)

C. [50,110)　　D. [90,150]

第Ⅱ卷(共50分)

二、填空题(本大题共3小题,每小题4分,共12分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11. 不等式 $2|1-2x|-3>0$ 的解集为________.

12. 已知 $a\in\{2,4,6\}$,$b\in\{2,3,5,6\}$,任取 a,b,则指数函数 $y=\left(\frac{b}{a}\right)^x$ 为减函数的概率是________.(用分数作答)

13. 在△ABC 中,$\angle A,\angle B,\angle C$ 所对的边分别为 a,b,c,已知 $a=3,b=2,\angle C=\frac{2\pi}{3}$,则 $c=$________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 在等差数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$中,已知 $a_2=4$,$a_3+a_4+a_5=24$.

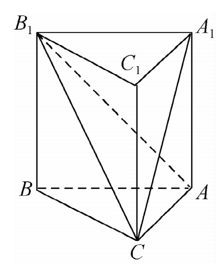
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,数列$\{b_n\}$满足对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 有 $b_n=\dfrac{1}{2S_n}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

15. 如图所示,在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,侧棱 $AA_1\perp$底面 ABC,$A_1C\perp AB$,$AB=AC=AA_1=1$.

(1)求证:$AB\perp AC$;

(2)求三棱锥 $C\text{-}AA_1B_1$ 的体积.



16. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 过椭圆$\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的顶点,且两曲线的焦距相等.

(1)求椭圆的方程;

(2)若直线 l 过双曲线的左焦点,且与双曲线中倾斜角为锐角的渐近线平行,求直线 l 的方程;

(3)试判定直线 l 与椭圆的交点个数情况,并说明理由;若有两个交点,求出以这两点所连线段为直径的圆的标准方程.

进　阶　篇

数学考前押题卷·进阶篇(一)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 设$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,$B=\{1,4,5\}$,则$A\cup(\complement_U B)=$　(　　)

A. $\{1\}$　B. $\{1,3,4,5\}$

C. $\{1,2,3\}$　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2. 函数$f(x)=\sqrt{1-\lg x}$的定义域是　(　　)

A. $(10,+\infty)$　B. $[10,+\infty)$

C. $(0,10]$　D. $(0,+\infty)$

3. 若$a<b<0$,则下列不等式成立的是　(　　)

A. $a^2<b^2$　B. $a+b<b+c$

C. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　D. $\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$

4. 下列函数为奇函数的是　(　　)

A. $y=\sin x$　B. $y=\cos x$

C. $y=2^x$　D. $y=\ln x$

5. 要得到函数$y=\sin 2x$的图像,需要将函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图像沿$x$轴　(　　)

A. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位　B. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位

C. 向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位　D. 向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位

6. “$x>1$”是“$x^2>1$”的　(　　)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

7. 若$\boldsymbol{a}=(1,3)$,$\boldsymbol{b}=(2,1)$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$　(　　)

A. 5　B. 25　C. $\sqrt{5}$　D. 7

8. 过椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的右焦点,且倾斜角为45°的直线方程是　(　　)

A. $x-y-4=0$　B. $x-y+4=0$

C. $x+y-4=0$　D. $x+y+4=0$

9. 某单位有职工100人,不到35岁的有45人,35岁到49岁的有25人,剩下的为50岁及以上的人,用分层抽样方法从中抽取20人,各年龄段抽取的人数分别为　(　　)

A. 7,5,8　B. 6,5,9

C. 9,5,6　D. 8,5,7

10. 在△ABC中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别为a,b,c,已知$a=3$,$c=4$,$\angle B=60°$,则$\sin C=$　(　　)

A. $\frac{\sqrt{39}}{13}$　B. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$

C. $\frac{3\sqrt{39}}{13}$　D. $\frac{2\sqrt{26}}{13}$

第Ⅱ卷(共50分)

二、填空题(本大题共3小题,每小题4分,共12分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11. 若$\sin\alpha=\frac{3}{5}$,则$\cos 2\alpha=$________.

12. 若同时抛掷2枚正方体骰子,则出现点数和为5的概率是________.

13. 不等式$x^2-3x-4>0$的解集是____________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1,a_n=2^{n-1}+2a_{n-1}(n\geqslant 2)$.

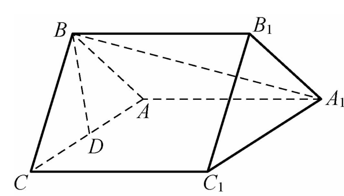
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,求 S_n.

15. 如图所示,在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$AA_1\perp$底面 ABC,$AB=BC=1$,$\angle ABC=90°$,D 为 AC 的中点.

(1)证明:$BD\perp$平面 ACC_1A_1;

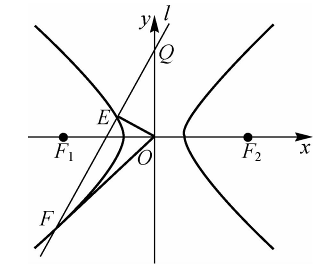
(2)若直线 BA_1 与平面 ACC_1A_1 所成的角为 $30°$,求三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的体积.



16. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两个焦点为 $F_1(-2,0)$,$F_2(2,0)$,点 $P(3,\sqrt{7})$在双曲线 C 上.

(1)求双曲线 C 的标准方程;

(2)过点 $Q(0,2)$的直线 l 与双曲线 C 交于不同的两点 E,F,若$\triangle OEF$(O 为坐标原点)的面积为 $2\sqrt{2}$,求直线 l 的方程.



巩　固　篇

数学考前押题卷·巩固篇(一)
参考答案及解析

一、选择题

1. A　**解析:** 因为集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$,集合 $B=\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$,所以 $A\cup B=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$. 故选 A.

2. D　**解析:** 要保证真数大于 0,还要保证偶次根式的被开方数大于等于 0,所以 $\begin{cases}x-1>0,\\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $1<x\leqslant 2$.

3. C　**解析:** 原不等式可化为 $x^2+x-2\leqslant 0$,对应方程的根为 $-2,1$,因此解集为 $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$.

4. C　**解析:** $\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{3},-4\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\frac{1}{2},x\right)$,因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以 $\frac{1}{3}x-(-4)\times\frac{1}{2}=0$,解得 $x=-6$. 故选 C.

5. C　**解析:** 因为函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像过定点 $(1,0)$,即当 $x=1$ 时,$\log_a 1=0$,所以当 $x=1$ 时,$\log_a 1+1=1$,即函数 $y=\log_a x+1(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像恒过定点 $(1,1)$. 故选 C.

6. C　**解析:** $\sin\theta=\frac{1}{3}$,$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,所以 $\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$,则 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$,故选 C.

7. D　**解析:** 由题意可知,$a+b=\left(\frac{1}{3}-1\right)+\left(-\frac{1}{3}-1\right)=-2$.

8. A　**解析:** $f(5)=f[f(10)]=f\{f[f(15)]\}=f[f(18)]=f(21)=24$.

9. B　**解析:** 根据余弦定理的推论可以得到 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+1)^2}{2\times 2\times\sqrt{2}}=\frac{2-2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}<0$,所以 $\triangle ABC$ 是钝角三角形,故选 B.

10. B　**解析:** 因为 $0<a<1$,所以指数函数 $y=a^x$ 为减函数,图像从左至右呈下降趋势,所以 A,C 错误;因为一次函数 $y=x+a$ 的 $k=1>0$,所以一次函数 $y=x+a$ 为增函数,图像从左至右呈上升趋势,所以 B 正确,D 错误. 故选 B.

二、填空题

11. 20　**解析:** $27^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2 3}\times\log_2\frac{1}{8}+\lg 4+2\lg 5=9-3\times(-3)+2=20$.

12. $\frac{3}{10}$　**解析:** 身高低于 180 cm 的同学有 3 名,故所求概率为 $\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$.

13. $2\sqrt{2}-2$　**解析:** 已知直线 l:$x-y+4=0$ 与圆 C:$(x-1)^2+(y-1)^2=4$,圆心 $(1,1)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{|1-1+4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$,则圆 C 上各点到直线 l 距离的最小值为 $d-r=2\sqrt{2}-2$.

三、解答题

14. **解:** (1) 因为 $S_n=n^2$,

所以 $a_1=S_1=1^2=1$.

当 $n\geqslant 2$ 时,

$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$,

当 $n=1$ 时,$2\times 1-1=1=a_1$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-1$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(2) 因为 $a_{25}=2\times 25-1=49$,

所以 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}=\frac{13\times(1+49)}{2}=325$.

15. (1) **证明:** 因为 $AB\perp BC$,$AB\perp BD$,且 $BD\cap$

$BC=B$,

所以 $AB\perp$ 平面 BDC.

又因为 $CD\subset$ 平面 BDC,所以 $AB\perp CD$.

(2)**解**:在 Rt$\triangle BDC$ 中,$BC=BD=1$.

所以 $S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot BC=\frac{1}{2}$.

所以 $V_{A\text{-}BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDC}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{6}$.

16. **解**:(1)易知 $a^2=3,b^2=2$,得 $a=\sqrt{3},c=1$,

所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2)联立得方程组 $\begin{cases}y=x+m,\\ \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$

化简得 $5x^2+4mx+2m^2-6=0$,

由 $\Delta=-24m^2+120>0$ 得 $-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

则 $x_1+x_2=-\frac{4m}{5},x_1\cdot x_2=\frac{2m^2-6}{5}$,

于是 $|AB|=\sqrt{1+1^2}|x_1-x_2|$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{16m^2-20(2m^2-6)}}{5}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{5}\sqrt{5-m^2}$,

又原点 O 到直线 $y=x+m$ 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{2}}$,

所以 $S=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{5}\sqrt{5-m^2}\cdot\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{5}\cdot|m|\cdot\sqrt{5-m^2}=\frac{\sqrt{30m^2-6m^4}}{5}$.

数学考前押题卷·巩固篇(二)参考答案及解析

一、选择题

1. C

2. A　**解析**:由题意 $\begin{cases}x-3\neq 0,\\ x-2>0,\end{cases}$ 解得 $x>2$ 且 $x\neq 3$,故函数的定义域为 $\{x\mid x>2$ 且 $x\neq 3\}$. 故选 A.

3. C

4. A　**解析**:因为 E,F 分别是 AB,BC 的中点,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,所以 $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a},\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{b},\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$. 故选 A.

5. B　**解析**:$(x+1)^2+y^2=2$ 的圆心 C 的坐标为 $(-1,0)$,因为 $P(-2,1)$ 满足 $(-2+1)^2+1^2=2$,所以 $P(-2,1)$ 在圆 C:$(x+1)^2+y^2=2$ 上. 因为 $k_{PC}=\frac{0-1}{-1-(-2)}=-1$,所以切线的斜率 $k=1$,所以过点 $P(-2,1)$ 的切线方程为 $y-1=x-(-2)$,即 $x-y+3=0$. 故选 B.

6. A　**解析**:由题图可知,二次函数的图像与 x 轴的交点横坐标为 $-2,1$,当 $x\in(-2,1)$ 时,二次函数的图像在 x 轴上方,故不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $(-2,1)$. 故选 A.

7. B　**解析**:椭圆的焦点在 x 轴上,设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,由题意可得 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{3},\end{cases}$ 所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$,故选 B.

8. D　**解析**:观察正方体可得,BD_1,A_1A 是异面直线,BD_1,A_1D 是异面直线,故排除 A,B;令 $AB=1$,体对角线 BD_1,A_1C 相交于点 O,可得 $BC=1,OB=OC=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\angle BOC$ 为 BD_1,A_1C 的夹角,根据余弦定理的推论得

$\cos\angle BOC=\dfrac{OB^2+OC^2-BC^2}{2OB\cdot OC}$

$=\dfrac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{3}$，故 BD_1，A_1C 不垂直，C 错误．故选 D．

9．A　**解析：**由已知 $a^2+b^2=c^2+ab\sin C$，又根据余弦定理可得 $a^2+b^2=c^2+2ab\cos C$，所以 $ab\sin C=2ab\cos C$，即 $\sin C=2\cos C$，$\tan C=2$．又 $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}b$，根据正弦定理得到 $\sin A\sin B\cos C+\sin C\sin B\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin B$，化简得 $\sin A\cos C+\sin C\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\sin(A+C)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故$\angle A+\angle C=45°$或 $135°$．当$\angle A+\angle C=45°$时，$\tan(A+C)=\dfrac{\tan A+\tan C}{1-\tan A\tan C}=\dfrac{\tan A+2}{1-2\tan A}=1$，解得 $\tan A=-\dfrac{1}{3}$（舍去）．当$\angle A+\angle C=135°$时，$\tan(A+C)=\dfrac{\tan A+2}{1-2\tan A}=-1$，解得 $\tan A=3$．故选 A．

10．B　**解析：**根据表中数据知，平均成绩较高的是甲和乙，标准差较小的是乙和丁，由此知乙同学成绩较高，且发挥稳定，应选乙参加．故选 B．

二、填空题

11．$\dfrac{4\pi}{3}$　**解析：**因直径为 2，故半径为 1，$V_{球}=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4\pi}{3}$．

12．$-\dfrac{1}{2}$　**解析：**因为 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，所以 $\sin^2\theta=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$．因为 $\theta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$，所以 $\sin\theta=-\dfrac{1}{2}$．

13．2 或 8　**解析：**因为点 M 到抛物线对称轴的距离是 4，所以点 M 的纵坐标为 ±4．因为 M 在抛物线上，所以横坐标为 $\dfrac{8}{p}$，又因为点 M 到准线的距离为 5，即 $\dfrac{8}{p}+\dfrac{p}{2}=5$，解得 $p=2$ 或 $p=8$．

三、解答题

14．**解：**(1)由题意可知 $a_n=4+(n-1)\times1=n+3$，所以 $a_n=n+3$．

数列 $\{a_n+b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_1+b_1=4-2=2$，

故 $a_n+b_n=2\times2^{n-1}=2^n$，

所以 $b_n=2^n-a_n=2^n-(n+3)=2^n-n-3$，

即 $b_n=2^n-n-3$．

(2)由(1)可知 $b_n=2^n-n-3$，所以有

$T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$

$=(2-4)+(2^2-5)+(2^3-6)+\cdots+[2^n-(n+3)]$

$=(2+2^2+2^3+\cdots+2^n)-[4+5+6+\cdots+(n+3)]$

$=\dfrac{2\times(1-2^n)}{1-2}-\dfrac{(n+7)n}{2}$

$=2^{n+1}-\dfrac{n^2}{2}-\dfrac{7n}{2}-2$．

15．**解：**(1)由于是有放回地摸球两次，所以每次摸球都有 5 种选择，故摸球两次，所有可能的取法有 $5\times5=25$(种)，

第一次摸到白球的取法有 $3\times5=15$(种)，

所以第一次摸到白球的概率为 $P=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$．

(2)两次都摸到白球的所有可能取法有 $3\times3=9$(种)，

所以两次都摸到白球的概率为 $P=\dfrac{9}{25}$．

16．**解：**(1)因为椭圆方程为$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$，所以 $c=1$，即左焦点为 $F(-1,0)$．因为双曲线左顶点与椭圆的左焦点重合，所以 $a=1$．又因为双

曲线过点 P,所以可得 $b^2=1$,故双曲线的标准方程为 $x^2-y^2=1$.

(2)易知直线 l 的斜率存在.设直线 $l:y=k(x+1)$,联立得方程组$\begin{cases}y=k(x+1),\\ \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1,\end{cases}$整理化简可得$(4+5k^2)x^2+10k^2x+5k^2-20=0$,由根与系数的关系可知,$x_1+x_2=-\dfrac{10k^2}{4+5k^2}$.因为 M,N 在直线 l 上,所以 $y_1+y_2=k(x_1+1)+k(x_2+1)$,即 $y_1+y_2=-\dfrac{10k^3}{4+5k^2}+2k=\dfrac{8k}{4+5k^2}$.

所以线段 MN 的中点为$\left(-\dfrac{5k^2}{4+5k^2},\dfrac{4k}{4+5k^2}\right)$.

由双曲线的方程可知,渐近线方程为 $y=\pm x$,因为 MN 的中点在渐近线上,所以分为两种情况:

①当线段 MN 的中点在 $y=x$ 上时,可知$-\dfrac{5k^2}{4+5k^2}=\dfrac{4k}{4+5k^2}$,即 $k=0$ 或 $k=-\dfrac{4}{5}$;

②当线段 MN 的中点在 $y=-x$ 上时,可知$\dfrac{5k^2}{4+5k^2}=\dfrac{4k}{4+5k^2}$,即 $k=0$ 或 $k=\dfrac{4}{5}$.

综上所述,直线方程为 $y=0$,或 $y=\pm\dfrac{4}{5}(x+1)$.化为一般式,即 $y=0$ 或$4x\pm5y+4=0$.

数学考前押题卷·巩固篇(三)
参考答案及解析

一、选择题

1. B **解析:**因为 $M=\{x|x>5\}$,$N=\{3,4,5,6,7,8\}$,所以 $M\cap N=\{x|x>5\}\cap\{3,4,5,6,7,8\}=\{6,7,8\}$.故选 B.

2. D **解析:**要使函数有意义,须满足$\begin{cases}3-x\geqslant0,\\ x+1>0,\end{cases}$解得 $x\in(-1,3]$.故选 D.

3. B **解析:**$f(4)=f(2\times2)=\log_2(2-1)+2^{2-2}=0+1=1$.故选 B.

4. C **解析:**因为点 D 为$\triangle ABC$ 的边 BC 的中点,所以$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.又因为在$\triangle ABC$ 中有$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$,所以$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,又因为在$\triangle ABD$ 中有$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$,所以$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$.故选 C.

5. C **解析:**根据指数函数的性质可得 A 中底数大于 1,函数 $y=3^x$ 是增函数,所以 $3^y>3^x$;同理 D 中$\left(\dfrac{1}{4}\right)^x>\left(\dfrac{1}{4}\right)^y$;B 中根据对数运算法则和对数函数的性质可得 $\log_x 3>\log_y 3$.故选 C.

6. A **解析:**在$\triangle ABC$ 中,$\sin B=2\sin A\cos C$,$\sin B=\sin[\pi-(A+C)]=\sin(A+C)$,故$\sin(A+C)=2\sin A\cos C$,即 $\sin A\cos C+\cos A\sin C=2\sin A\cos C$,故 $\cos A\sin C-\sin A\cos C=0$,即 $\sin(A-C)=0$,则$\angle A=\angle C$,故$\triangle ABC$ 一定是等腰三角形.故选 A.

7. C **解析:**因为 $3,2,x,4$ 的平均数为 3,可得$x=3$,所以 $s^2=\dfrac{1}{3}\times(0+1+0+1)=\dfrac{2}{3}$,所以标准差为 $s=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.故选 C.

8. D **解析:**因为倾斜角 $\alpha\in[0,\pi)$,且 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$,所以 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\pm\dfrac{3}{5}$,则该直线的斜率 $k=\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\pm\dfrac{4}{3}$.故选 D.

9. B **解析:**当 $a\neq0$ 时,函数 $f(x)$图像的对称轴为 $x=-\dfrac{a-1}{a}$,因为 $f(x)$在$(-\infty,4]$上为减函数,所以图像开口朝上,$a>0$ 且$-\dfrac{a-1}{a}\geqslant$

4，得 $0<a\leqslant\frac{1}{5}$. 当 $a=0$ 时，$f(x)=-2x+2$，显然在 $(-\infty,4]$ 上为减函数. 综上，$0\leqslant a\leqslant\frac{1}{5}$.

10. C　**解析：**由题意可得 $x=4$，所以数据在 $[50,110)$ 的频数为 21，可得此范围的频率为 0.7. 故选 C.

二、填空题

11. $\left\{x\middle|x<-\frac{1}{4}\text{或}x>\frac{5}{4}\right\}$ 或 $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$　**解析：**因为不等式 $2|1-2x|-3>0$ 可化为 $|1-2x|>\frac{3}{2}$，等价于 $1-2x>\frac{3}{2}$ 或 $1-2x<-\frac{3}{2}$，解得 $x<-\frac{1}{4}$ 或 $x>\frac{5}{4}$，所以原不等式的解集为 $\left\{x\middle|x<-\frac{1}{4}\text{或}x>\frac{5}{4}\right\}$，也可写成区间形式 $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$.

12. $\frac{5}{12}$　**解析：**因为 $a\in\{2,4,6\}$，$b\in\{2,3,5,6\}$，所以任取 a,b 共有 12 种组合. 因为函数 $y=\left(\frac{b}{a}\right)^x$ 为减函数的条件是 $0<\frac{b}{a}<1$，根据计数原理，可知 a,b 共有 5 种组合，所以其概率为 $\frac{5}{12}$.

13. $\sqrt{19}$　**解析：**因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，$a=3,b=2,\angle C=\frac{2\pi}{3}$，所以 $c^2=3^2+2^2-2\times3\times2\cos\frac{2\pi}{3}=9+4+6=19$. 所以 $c=\sqrt{19}$.

三、解答题

14. **解：**(1)因为 $a_3+a_4+a_5=24$，数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，

所以 $3a_4=24$，

解得 $a_4=8$.

又 $a_2=4$，

所以数列的公差 $d=\frac{a_4-a_2}{2}=2$，

所以 $a_1=a_2-2=2$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2+2\cdot(n-1)=2n\ (n\in\mathbf{N}^*)$.

(2)因为 $S_n=\frac{n(2+2n)}{2}=n(n+1)$，

所以 $b_n=\frac{1}{2S_n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$，

所以数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和

$$T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{n}{2(n+1)}.$$

15. (1)**证明：**因为侧棱 $AA_1\perp$ 底面 ABC，且 $AB\subset$ 平面 ABC，所以 $AA_1\perp AB$.

又因为 $A_1C\perp AB$，AA_1 与 A_1C 为平面 AA_1C 内的两条相交直线，所以 $AB\perp$ 平面 AA_1C.

又因为 $AC\subset$ 平面 AA_1C，所以 $AB\perp AC$.

(2)**解：**因为侧棱 $AA_1\perp$ 底面 ABC，

且 $AC\subset$ 平面 ABC，所以 $AA_1\perp AC$.

由(1)知 $AB\perp AC$，又因为 AA_1,AB 为平面 AA_1B_1B 内的两条相交直线，所以 $AC\perp$ 平面 AA_1B_1B.

所以三棱锥 $C\text{-}AA_1B_1$ 的体积 $V_{C\text{-}AA_1B_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle AA_1B_1}\cdot AC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{6}$.

16. **解：**(1) 因为双曲线的方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$，

所以双曲线的顶点在 x 轴上，且顶点坐标为 $(\pm2,0)$，焦距为 $2\sqrt{5}$.

易得双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 过椭圆 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$ 的左、右顶点 $(\pm b,0)$，

所以 $\frac{b^2}{4}=1$，解得 $b=2$.

又两曲线焦距相等，

所以椭圆的半焦距 $c=\sqrt{5}$，

则 $a=\sqrt{b^2+c^2}=3$.

所以椭圆的方程为 $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1$.

(2)因为双曲线的左焦点坐标为 $(-\sqrt{5},0)$，

渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，

所以由题意可知，直线 l 过点 $(-\sqrt{5},0)$，且斜率 $k=\frac{1}{2}$，

所以直线 l 的方程为 $y=\frac{1}{2}(x+\sqrt{5})$，

即 $x-2y+\sqrt{5}=0$.

(3)由方程组 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}(x+\sqrt{5}), \\ \frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1, \end{cases}$

得 $10x^2+2\sqrt{5}x-31=0$.

因为判别式 $\Delta=(2\sqrt{5})^2-4\times10\times(-31)=1\ 260>0$，

所以方程组有两个不同的解，

所以直线 l 与椭圆有两个交点.

设两交点坐标为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，$x_1x_2=-\frac{31}{10}$.

所以 AB 的中点坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{5}}{10},\frac{9\sqrt{5}}{20}\right)$.

又 $|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{4}}\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-4\times\left(-\frac{31}{10}\right)}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，

所以所求圆的圆心坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{5}}{10},\frac{9\sqrt{5}}{20}\right)$，半径 $r=\frac{3\sqrt{7}}{4}$，

所以所求圆的标准方程为 $\left(x+\frac{\sqrt{5}}{10}\right)^2+\left(y-\frac{9\sqrt{5}}{20}\right)^2=\frac{63}{16}$.

数学考前押题卷·巩固篇(四)
参考答案及解析

一、选择题

1. C **解析：** 因为集合 $M=\{0,1\}$，$N=\{1,2\}$，所以 $M\cup N=\{0,1,2\}$. 故选 C.

2. D **解析：** 根据题意得 $x-1>0$，解得 $x>1$. 故选 D.

3. C **解析：** 由 $|2x-1|<3$ 得 $-3<2x-1<3$，解得 $-1<x<2$，所以不等式的解集是 $\{x|-1<x<2\}$. 故选 C.

4. B **解析：** 由题图可知，指数函数 $y=a^x$ 为减函数，则 $0<a<1$，对数函数 $y=\log_b x$ 为增函数，则 $b>1$，所以 $0<a<1<b$，故选 B.

5. C **解析：** $S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=\frac{11(a_5+a_7)}{2}=\frac{11\times10}{2}=55$. 故选 C.

6. C **解析：** 由二倍角公式可得 $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. 故选 C.

7. D **解析：** 因为 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数，且 $f(|a|+1)<f(2)$，故 $|a|+1>2$，即 $|a|>1$，解得 $a\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$. 故选 D.

8. A **解析：** $x^2+y^2=2$ 表示以原点为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆. 因为直线 MA 与圆相切于点 A，所以 $AO\perp AM$，且 $|AO|=\sqrt{2}$. 又因为 $|AO|=|AM|$，所以 $|MO|=\sqrt{2}|AM|=2$，所以

所以 $a=2$.

所以 $a=\frac{1}{4}$ 或 $a=2$.

(2)因为 $g(x)=\log_2(x^2-3x+2a)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$,

即 $x^2-3x+2a>0$ 恒成立,

所以方程 $x^2-3x+2a=0$ 的判别式 $\Delta<0$,

即 $(-3)^2-4\times2a<0$,

解得 $a>\frac{9}{8}$,

又因为 $a=\frac{1}{4}$ 或 $a=2$,

所以 $a=2$.

代入不等式得 $\log_2(1-2t)\leqslant1$,

即 $0<1-2t\leqslant2$,

解得 $-\frac{1}{2}\leqslant t<\frac{1}{2}$,

所以实数 t 的取值范围是 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

15. **解:**(1)根据题意可列方程组

$\begin{cases}a_1+a_2+a_3=3a_2=9,\\a_1\cdot a_2=6,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a_1=2,\\a_2=3,\end{cases}$

则等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d=a_2-a_1=1$,

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(2)由题意可知 $b_n=\frac{3^{n+1}}{6^{n+1}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$,

则 $b_1=\frac{1}{4},q=\frac{1}{2}$,

所以数列 $\{b_n\}$ 是首项为 $\frac{1}{4}$,公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列.

根据等比数列的前 n 项和公式可得,

数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$.

16. **解:**(1)设椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$,

$c^2=a^2-b^2$.

因为椭圆和双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 有共同的左、右焦点 F_1,F_2,

所以 $c^2=4+5=9$,解得 $c=3$.

又因为椭圆的离心率为 $\frac{3}{5}$,

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$,解得 $a=5$.

由 $b^2=a^2-c^2$,得 $b^2=5^2-3^2=16$,

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

(2)在双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 中,$|F_1F_2|=2\times\sqrt{4+5}=2\times3=6$.

设 $|PF_1|=n,|PF_2|=m$.

因为点 P 是椭圆与双曲线左支的交点,

所以 $\begin{cases}m+n=10,\\m-n=4,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=7,\\n=3.\end{cases}$

在 $\triangle F_1PF_2$ 中,由余弦定理的推论得

$\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_2|^2+|PF_1|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_2|\cdot|PF_1|}$

$=\frac{7^2+3^2-6^2}{2\times7\times3}$

$=\frac{11}{21}$.

进　阶　篇

数学考前押题卷·进阶篇(一)
参考答案及解析

一、选择题

1. C　**解析:**依题意,$\complement_UB=\{2,3\}$,故 $A\cup(\complement_UB)=\{1,3\}\cup\{2,3\}=\{1,2,3\}$. 故选 C.

2. C **解析：**函数 $f(x)=\sqrt{1-\lg x}$ 要有意义，则 $1-\lg x\geqslant 0$，所以 $\lg x\leqslant 1=\lg 10$，所以$\begin{cases}x\leqslant 10,\\x>0,\end{cases}$即 $0<x\leqslant 10$，函数的定义域为 $(0,10]$. 故选 C.

3. D **解析：**因为 $a<b<0$，由不等式的性质可知 $a^2>b^2$，所以选项 A 错误；若 $a\geqslant c$，由不等式的可加性可知 $a+b\geqslant b+c$，所以选项 B 错误；$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，所以选项 C 错误；$|a|>|b|>0\Rightarrow\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$，所以选项 D 正确. 故选 D.

4. A **解析：**根据函数的奇偶性可知 $y=\sin x$ 在其定义域内为奇函数. 故选 A.

5. D **解析：**$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\right]$，所以要得到 $y=\sin 2x$ 的图像，需要将 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右移动$\frac{\pi}{12}$个单位. 故选 D.

6. A **解析：**由 $x>1$ 可以得到 $x^2>1$，而由 $x^2>1$ 不一定得到 $x>1$，还可能得到 $x<-1$. 故选 A.

7. A **解析：**因为 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,4)$，所以 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 故选 A.

8. A **解析：**由$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 得右焦点 $F(4,0)$. 又 $\alpha=45^\circ$，则 $k=\tan 45^\circ=1$，利用直线方程的点斜式 $y-y_0=k(x-x_0)$，得 $x-y-4=0$. 故选 A.

9. C **解析：**根据分层抽样的定义知，抽取不到 35 岁的有 $20\times\frac{45}{100}=9$(人)；抽取 35 岁到 49 岁的有 $20\times\frac{25}{100}=5$(人)；抽取 50 岁及以上的有$20\times\frac{30}{100}=6$(人). 故选 C.

10. B **解析：**由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=3^2+4^2-2\times 3\times 4\cdot\cos 60^\circ=13$，解得 $b=\sqrt{13}$. 根据正弦定理得$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，可得 $\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

二、填空题

11. $\frac{7}{25}$ **解析：** $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{7}{25}$.

12. $\frac{1}{9}$ **解析：**$n=6\times 6=36$，点数之和为 5 的组合为(1,4)，(2,3)，(3,2)，(4,1)，故P(点数和为 5)$=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

13. $\{x\mid x>4$ 或 $x<-1\}$ **解析：** 因为 $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)>0$，所以 $x>4$ 或 $x<-1$.

三、解答题

14. **解：**(1)$a_n=2^{n-1}+2a_{n-1}(n\geqslant 2)$两边同除以 2^n，可转化为$\frac{a_n}{2^n}-\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}=\frac{1}{2}$，

所以$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是首项为$\frac{1}{2}$，公差为$\frac{1}{2}$的等差数列.

所以$\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(n-1)=\frac{n}{2}$，

所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

(2)$S_n=1\times 2^0+2\times 2^1+3\times 2^2+\cdots+n\cdot 2^{n-1}$，①

则 $2S_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$，②

②−①可得 $S_n=n\cdot 2^n-2^n+1$.

15. (1)**证明：**因为 $AA_1\perp$平面 ABC，$BD\subset$平面 ABC，所以 $AA_1\perp BD$.

又因为 $BA=BC$，D 为 AC 的中点，

所以 $AC\perp BD$.

因为 $AC\cap AA_1=A$,

所以 $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1.

(2)**解**:连接 A_1D,则 $BD\perp A_1D$,根据题意可知$\angle BA_1D$ 为直线 BA_1 与平面 ACC_1A_1 所成的角,所以$\angle BA_1D=30°$. 因为 $AB=BC=1$,$\angle ABC=90°$,所以$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,所以 $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 又因为 $BD\perp A_1D$,$\angle BA_1D=30°$,所以 $A_1B=\sqrt{2}$.

因为 $AA_1\perp$ 平面 ABC,在 $Rt\triangle BAA_1$ 中,$AA_1=\sqrt{A_1B^2-AB^2}=1$.

故 $V_{ABC\text{-}A_1B_1C_1}=S_{\triangle ABC}\cdot AA_1=\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{2}$.

16. **解**:(1)因为 $|PF_1|-|PF_2|$

$=\sqrt{(3+2)^2+(\sqrt{7}-0)^2}-\sqrt{(3-2)^2+(\sqrt{7}-0)^2}=2\sqrt{2}=2a$,

所以可得 $a=\sqrt{2}$,$b^2=c^2-a^2=2$,

所以双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$.

(2)由题意得,直线 l 的斜率显然存在,可设直线方程为 $y=kx+2$,

联立 $\begin{cases}y=kx+2,\\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$ 得 $(1-k^2)x^2-4kx-6=0$,

则 $1-k^2\neq0$,$\Delta=16k^2+24(1-k^2)>0$,即 $k^2<3$ 且 $k^2\neq1$,

设 $E(x_1,y_1)$,$F(x_2,y_2)$,

则 $x_1+x_2=\frac{4k}{1-k^2}$,$x_1x_2=\frac{-6}{1-k^2}$,

$S_{\triangle OEF}=|S_{\triangle OQF}-S_{\triangle OQE}|$

$=\frac{1}{2}|OQ||x_1-x_2|$

$=|x_1-x_2|$

$=2\sqrt{2}$,

即 $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=8$,

$\left(\frac{4k}{1-k^2}\right)^2+\frac{24}{1-k^2}=8$,解得 $k=\pm\sqrt{2}$,

所以直线方程为 $y=\sqrt{2}x+2$ 或 $y=-\sqrt{2}x+2$.

数学考前押题卷·进阶篇(二)
参考答案及解析

一、选择题

1. C　**解析**:因为 $B=\{x|x^2-4=0\}=\{-2,2\}$,所以 $A\cap B=\{-2,2\}$. 故选 C.
2. B　**解析**:要使函数 $y=\lg(x^2-1)$有意义,则其真数需大于零,即 $x^2-1>0$,解得 $x<-1$ 或 $x>1$. 故选 B.
3. D　**解析**:$\sqrt{4}=2$;$\sqrt{(-3)^2}=|-3|=3$;$\lg(m\div n)=\frac{\lg m}{\lg n}$,对数没有此运算法则;$\log_2 6-\log_2 3=\log_2\frac{6}{3}=\log_2 2=1$. 故选 D.
4. D
5. B　**解析**:由$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$ 两边平方得$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=4$,即$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=4$,得$\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4$,即 $4-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+21=4$,解得 $2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=21$,所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4+21+21=46$,即$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{46}$. 故选 B.
6. A　**解析**:因为 $A(-4,3)$,所以 $r=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$. 所以 $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{3}{5}$,$\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{4}{5}$. 所以 $\sin(\pi-2\theta)=\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{3}{5}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$. 故选 A.
7. A　**解析**:由 $x^2+y^2+2x=4$,得$(x+1)^2+y^2=5$,根据圆的标准方程知圆心坐标为$(-1,0)$,半径为$\sqrt{5}$. 故选 A.
8. A　**解析**:方法一:$f(x)=x^2-2x+1-1+$