华腾新思

四川省职教高考数学决胜巅峰卷

华腾新思职教高考研究中心　编

☑ 紧扣考纲

☑ 直击考点

☑ 最后练兵

赠册　参考答案及解析

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

四川省职教高考数学决胜巅峰卷

华腾新思职教高考研究中心　编

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

巍巍交大　百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn

策划编辑　张霞丽
责任编辑　胡思佳
封面设计　黄燕美

四川省职教高考

数学决胜巅峰卷

扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-32355-2

定价: 38.00元

四川省职教高考数学决胜巅峰卷

赠册 参考答案及解析

华腾新思职教高考研究中心　编

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书内容包括20套决胜巅峰卷，参照近几年四川省普通高校对口单招数学考试的真题题型及难度，专为参加四川省职教高考数学考试的考生进行编写．全书知识点覆盖全面，难易程度设置合理，将基础知识考查与解题能力训练相结合，能够帮助考生把握重点，找准方向，科学备考，高效学习．考生可以利用本书模拟考试情境，更好地把握考情，强化对基础知识的理解与运用，学习必备的应试技巧，切实提高应试能力．本书内容充实，是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料．

本书既可以作为参加四川省职教高考的考生的复习用书，也可以作为参加其他相关考试的考生的复习用书．

图书在版编目(CIP)数据

四川省职教高考数学决胜巅峰卷
SICHUAN SHENG ZHIJIAO GAOKAO SHUXUE JUESHENG DIANFENG JUAN
华腾新思职教高考研究中心　编

出版发行：上海交通大学出版社	地　址：上海市番禺路951号
邮政编码：200030	电　话：021-64071208
印　制：三河市龙大印装有限公司	经　销：全国新华书店
开　本：880 mm×1 230 mm　1/8	印　张：5.25
字　数：100千字	
版　次：2024年12月第1版	印　次：2024年12月第1次印刷
书　号：ISBN 978-7-313-32355-2	
定　价：38.00元	

前　言

通过多年的探索与实践，四川省职教高考越来越规范有序．从考试内容和考试形式上来看，参加职教高考的考生将面临更大的挑战，多数考生被如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”所困扰，急需通过高效的学习来快速提升应试能力，在考试中脱颖而出．

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试脉络，我们特组织具有丰富教学经验的一线教师，根据数学科目的考试大纲要求，深入研究近几年四川省职教高考的命题情况，针对命题中出现的最新变化，精心编写了本书，供考生在复习过程中使用．

本书以教育部发布的《中等职业学校数学课程标准》为基本编写依据，在突出素质培养的同时，尤其重视对四川省职教高考的考试特点和考试趋势的把握．书中的每一套试卷，从题型、题量到分值设置、考点选取等，都力争与考试真题保持高度一致，确保考生有的放矢、练有所得．

本书适合考生在进行基础知识的学习之后，在考前1—3个月这个时间段作为考前练兵、全真模拟的复习材料使用．

以下是对本书使用方法的一些建议：

（1）限时完成．尽量按照考试规定的时间，在相对封闭的环境中一次性完成整份试卷的作答，以提前熟悉考场上的答题节奏，最大限度地模拟考试．

（2）遵循答题原则．作答试卷时，遵循先易后难、先小题后大题、先熟题后生题等原则，以保证基础分为主，确保会做的题不丢分，不留遗憾．

（3）及时复盘．作答完一套试卷后，充分利用本书的“参考答案及解析”赠册核对答案、计算成绩，并根据其所提供的解析深入理解考点，查漏补缺、举一反三．

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助．对书中的不足之处，敬请各位师生不吝指正．

最后，预祝广大考生在即将到来的考试中取得好成绩！

编　者

目　录

巩 固 篇

进 阶 篇

巩　固　篇

数学决胜巅峰卷·巩固篇(一)

第Ⅰ卷(共 50 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 已知集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$,集合 $B=\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$,则 $A\cup B=$ (　　)

A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$　　B. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $\{2,3\}$

2. 函数 $f(x)=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$的定义域是 (　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(1,2]$

3. 不等式$-x^2-x+2\geqslant 0$ 的解集是 (　　)

A. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 1\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\varnothing$

4. 已知 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{3},-4\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\frac{1}{2},x\right)$,且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,则 $x=$ (　　)

A. $-\frac{2}{3}$　　B. 6　　C. -6　　D. $-\frac{1}{6}$

5. 函数 $y=\log_a x+1(a>0$ 且 $a\neq 1)$的图像恒过定点 (　　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(1,1)$　　D. $(1,0)$

6. 已知 $\sin\theta=\frac{1}{3}$,$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,则 $\tan\theta=$ (　　)

A. -2　　B. $-\sqrt{2}$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{8}$

7. 若 a,b 分别为函数 $y=\frac{1}{3}\sin x-1$ 的最大值和最小值,则 $a+b=$ (　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. -2

8. 设 $f(x)=\begin{cases}x+3,x>10,\\ f[f(x+5)],x\leqslant 10,\end{cases}$ 则 $f(5)=$ (　　)

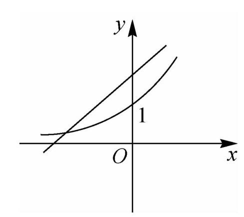
A. 24　　B. 21　　C. 18　　D. 16

9. 在$\triangle ABC$ 中,若 $a=2$,$b=\sqrt{2}$,$c=\sqrt{3}+1$,则$\triangle ABC$ 是 (　　)

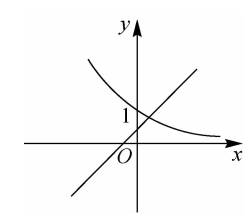
A. 锐角三角形　　B. 钝角三角形

C. 直角三角形　　D. 等边三角形

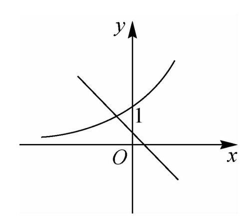
10. 若 $0<a<1$,则函数 $y=a^x$ 与 $y=x+a$ 的图像可能是 (　　)



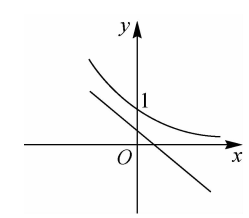
A



B



C



D

第Ⅱ卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 4 分,共 12 分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11. 计算:$27^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2 3}\times\log_2\frac{1}{8}+\lg 4+2\lg 5=$________.

12. 某班要从 5 位身高分别为 170 cm,180 cm,175 cm,168 cm,183 cm 的同学中随机选出两位同学参加学校的演讲比赛,则所选的同学的身高均低于 180 cm 的概率是________.

13. 已知直线 $l:x-y+4=0$ 与圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=4$,则圆 C 上各点到直线 l 距离的最小值是________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,其前 n 项和 $S_n=n^2$. 求:

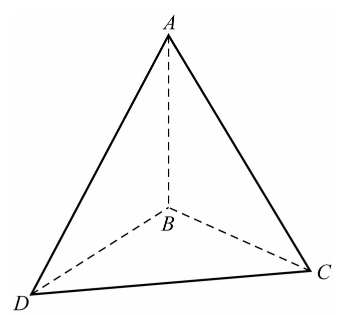
(1)数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)和式 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}$的值.

15. 如图所示,在三棱锥 A-BCD 中,$AB\perp BC$,$AB\perp BD$,$BC\perp BD$,$AB=BC=BD=1$.

(1)求证:$AB\perp CD$;

(2)求三棱锥 A-BCD 的体积.



16. 已知椭圆 C:$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$ 和直线 l:$y=x+m$,直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点.

(1)求椭圆 C 的离心率;

(2)求$\triangle ABO$(O 为坐标原点)的面积 S.

数学决胜巅峰卷·巩固篇(二)

第Ⅰ卷(共 50 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分. 在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出. 错选、多选或未选均无分)

1. 已知全集 $U=\{a,b,c,d\}$,集合 $M=\{a,c\}$,则 $\complement_U M=$ ( )

A. $\varnothing$　　B. $\{a,c\}$

C. $\{b,d\}$　　D. $\{a,b,c,d\}$

2. 函数 $f(x)=(x-3)^0+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$的定义域为 ( )

A. $\{x|x>2$ 且 $x\neq3\}$　　B. $\{x|x>3\}$

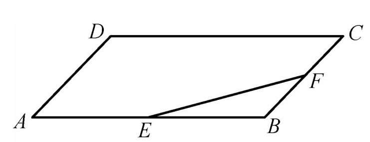
C. $\{x|x\geqslant2$ 且 $x\neq3\}$　　D. $\{x|x\geqslant3\}$

3. 已知函数 $f(x)$的定义域是 $\mathbf{R}$,若对于任意两个不相等的实数 x_1,x_2,总有$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$ 成立,则函数 $f(x)$一定是 ( )

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 增函数　　D. 减函数

4. 已知平行四边形 $ABCD$,点 E,F 分别是 AB,BC 的中点(如图所示),设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{EF}=$ ( )



A. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

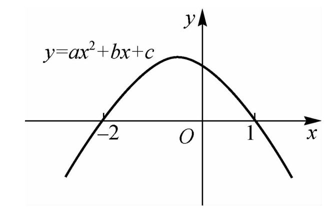
C. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$　　D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

5. 过点 $P(-2,1)$且与圆 $C:(x+1)^2+y^2=2$ 相切的直线方程为 ( )

A. $x+y+1=0$　　B. $x-y+3=0$

C. $x+y-1=0$　　D. $x-y-3=0$

6. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图所示,则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 ( )



A. $(-2,1)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

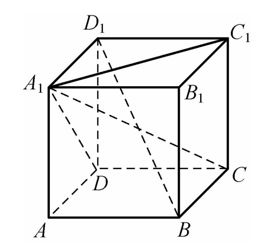
C. $[-2,1]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$

7. 已知椭圆 C 的焦点在 x 轴上,离心率为$\frac{1}{2}$,且过点$\left(1,\frac{3}{2}\right)$,则椭圆 C 的标准方程为 ( )

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$　　D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$

8. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$(如图所示),则下列结论正确的是 ( )



A. $BD_1/\!/A_1A$　　B. $BD_1/\!/A_1D$　　C. $BD_1\perp A_1C$　　D. $BD_1\perp A_1C_1$

9. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle A,\angle B,\angle C$ 的对边分别是 a,b,c,若 $a^2+b^2=c^2+ab\sin C$,且 $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}b$,则 $\tan A=$ ( )

A. 3　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. 3 或$-\frac{1}{3}$　　D. -3 或$\frac{1}{3}$

10. 从甲、乙、丙、丁四位同学中选拔一位成绩较稳定的优秀选手参加本省职业院校技能大赛,在相同条件下经过多轮测试,成绩分析如下表所示,根据表中数据判断,最佳人选为 ( )

人员	甲	乙	丙	丁
平均成绩 $\overline{x}$/分	96	96	85	85
标准差 s/分	4	2	4	2

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

第Ⅱ卷(共 50 分)

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 4 分,共 12 分. 请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分)

11. 已知球的直径为 2,则该球的体积是________.

12. 已知 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$,若 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\sin\theta=$__________.

13. 已知点 M 在抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上,若点 M 到抛物线对称轴的距离是 4,到准线的距离是 5,则 p 的值是________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 中,$a_1=4$,$b_1=-2$,数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列,数列 $\{a_n+b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列.

(1)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

15. 袋子中有 5 个大小相同的小球,其中 3 个白球,2 个黑球. 有放回地摸球两次,每次从袋子中随机摸出 1 个球. 求:

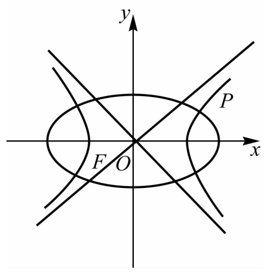
(1)第一次摸到白球的概率;

(2)两次都摸到白球的概率.

16. 如图所示,已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点与椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左焦点 F 重合,双曲线与椭圆在第一象限相交于点 $P\left(\frac{5}{3},\frac{4}{3}\right)$.

(1)求双曲线的标准方程;

(2)过点 F 的直线 l 与椭圆相交于点 M,N,线段 MN 的中点在双曲线的渐近线上,求直线 l 的方程.



进　阶　篇

数学决胜巅峰卷·进阶篇(一)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 设$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,$B=\{1,4,5\}$,则$A\cup(\complement_U B)=$　(　　)

A. $\{1\}$　B. $\{1,3,4,5\}$

C. $\{1,2,3\}$　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2. 函数$f(x)=\sqrt{1-\lg x}$的定义域是　(　　)

A. $(10,+\infty)$　B. $[10,+\infty)$

C. $(0,10]$　D. $(0,+\infty)$

3. 若$a<b<0$,则下列不等式成立的是　(　　)

A. $a^2<b^2$　B. $a+b<b+c$

C. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　D. $\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$

4. 下列函数为奇函数的是　(　　)

A. $y=\sin x$　B. $y=\cos x$

C. $y=2^x$　D. $y=\ln x$

5. 要得到函数$y=\sin 2x$的图像,需要将函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图像沿$x$轴　(　　)

A. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位　B. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位

C. 向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位　D. 向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位

6. "$x>1$"是"$x^2>1$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

7. 若$\boldsymbol{a}=(1,3)$,$\boldsymbol{b}=(2,1)$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$　(　　)

A. 5　B. 25　C. $\sqrt{5}$　D. 7

8. 过椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的右焦点,且倾斜角为$45°$的直线方程是　(　　)

A. $x-y-4=0$　B. $x-y+4=0$

C. $x+y-4=0$　D. $x+y+4=0$

9. 某单位有职工100人,不到35岁的有45人,35岁到49岁的有25人,剩下的为50岁及以上的人,用分层抽样方法从中抽取20人,各年龄段抽取的人数分别为　(　　)

A. 7,5,8　B. 6,5,9

C. 9,5,6　D. 8,5,7

10. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别为a,b,c,已知$a=3$,$c=4$,$\angle B=60°$,则$\sin C=$　(　　)

A. $\frac{\sqrt{39}}{13}$　B. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$

C. $\frac{3\sqrt{39}}{13}$　D. $\frac{2\sqrt{26}}{13}$

第Ⅱ卷(共50分)

二、填空题(本大题共3小题,每小题4分,共12分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11. 若$\sin\alpha=\frac{3}{5}$,则$\cos 2\alpha=$________.

12. 若同时抛掷2枚正方体骰子,则出现点数和为5的概率是________.

13. 不等式$x^2-3x-4>0$的解集是________________.

三、解答题(本大题共3小题,第14小题12分,第15、16小题各13分,共38分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_n=2^{n-1}+2a_{n-1}(n\geqslant 2)$.

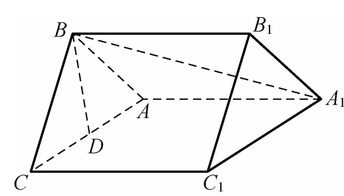
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,求S_n.

15. 如图所示,在三棱柱$ABC\text{-}A_1B_1C_1$中,$AA_1\perp$底面ABC,$AB=BC=1$,$\angle ABC=90°$,D为AC的中点.

(1)证明:$BD\perp$平面ACC_1A_1;

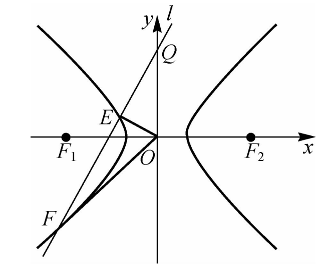
(2)若直线BA_1与平面ACC_1A_1所成的角为$30°$,求三棱柱$ABC\text{-}A_1B_1C_1$的体积.



16. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两个焦点为$F_1(-2,0)$,$F_2(2,0)$,点$P(3,\sqrt{7})$在双曲线$C$上.

(1)求双曲线C的标准方程;

(2)过点$Q(0,2)$的直线l与双曲线C交于不同的两点E,F,若$\triangle OEF$(O为坐标原点)的面积为$2\sqrt{2}$,求直线l的方程.



数学决胜巅峰卷·进阶篇(二)

第Ⅰ卷(共50分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题列出的四个备选项中,只有一个是符合题目要求的,请将其选出.错选、多选或未选均无分)

1. 已知集合 $A=\{-2,0,2\}$,$B=\{x|x^2-4=0\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\varnothing$　　B. $\{2\}$

C. $\{-2,2\}$　　D. $\{-2,0,2\}$

2. 函数 $y=\lg(x^2-1)$的定义域是 ( )

A. $\{x|x>1\}$　　B. $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$

C. $\{x|x<-1\}$　　D. $\{x|-1<x<1\}$

3. 下列计算式正确的是 ( )

A. $\sqrt{4}=\pm2$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\lg(m\div n)=\dfrac{\lg m}{\lg n}$　　D. $\log_2 6-\log_2 3=1$

4. 不等式$|x+5|\geqslant3$ 的解集为 ( )

A. $\{x|-8\leqslant x\leqslant8\}$　　B. $\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}$

C. $\{x|x\leqslant-2$或 $x\geqslant2\}$　　D. $\{x|x\leqslant-8$或 $x\geqslant-2\}$

5. 已知向量$|\boldsymbol{a}|=2$,$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{21}$,$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ ( )

A. 46　　B. $\sqrt{46}$

C. 21　　D. $\sqrt{21}$

6. 已知角 θ 终边上一点 $A(-4,3)$,则 $\sin(\pi-2\theta)=$ ( )

A. $-\dfrac{24}{25}$　　B. $-\dfrac{12}{25}$

C. $\dfrac{24}{25}$　　D. $\dfrac{12}{25}$

7. 圆 $x^2+y^2+2x=4$ 的圆心和半径分别是 ( )

A. $(-1,0)$,$\sqrt{5}$　　B. $(-1,0)$,5

C. $(1,0)$,$\sqrt{5}$　　D. $(1,0)$,5

8. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+b$(b 为实数),则下列各式中成立的是 ( )

A. $f(1)<f(0)<f(4)$　　B. $f(0)<f(1)<f(4)$

C. $f(0)<f(4)<f(1)$　　D. $f(1)<f(4)<f(0)$

9. 设数列$\{a_n\}$是等比数列,a_1 和 a_5 是方程 $x^2-17x+16=0$ 的两根,则 $a_3=$ ( )

A. 4　　B. ±4

C. $\dfrac{17}{2}$　　D. $\pm\dfrac{17}{2}$

10. 若椭圆$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的右焦点与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的右焦点重合,则 $a=$ ( )

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $\pm\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{6}$

第Ⅱ卷(共50分)

二、填空题(本大题共3小题,每小题4分,共12分.请在每小题的空格中填上正确答案.错填、不填均无分)

11. 从 1～20 这 20 个自然数中任取一个数是 3 的倍数的概率是________.

12. 在$\triangle ABC$ 中,$a=20$,$b=10$,$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,则 $\cos 2B=$________.

13. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_{n+1}=a_n+2$,且$a_2=3$,则 $a_n=$________.

三、解答题(本大题共 3 小题,第 14 小题 12 分,第 15、16 小题各 13 分,共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, x\leqslant -1,\\ x^2, -1<x<2,\\ 2x, x\geqslant 2.\end{cases}$

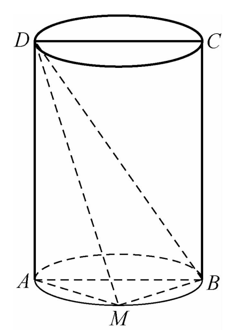
(1)画出该函数的图像;

(2)若 $f(a)<3$,求实数 a 的取值范围.

15. 如图所示,已知四边形 $ABCD$ 是圆柱的轴截面,M 是下底面圆周上不与点 A,B 重合的点.

(1)求证:平面 $DMB\perp$平面 DAM;

(2)若$\triangle AMB$ 是等腰三角形,求该圆柱与三棱锥 $D\text{-}AMB$ 体积的比值.



16. 已知斜率为 1 的直线 l 与抛物线 $y^2=8x$ 交于 A,B 两点,O 为坐标原点,若 $OA\perp OB$.

(1)求直线 l 的方程;

(2)若 F 为抛物线的焦点,求 $S_{\triangle ABF}$.

（赠册）

四川省职教高考数学决胜巅峰卷

参考答案及解析

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目　　录

巩　固　篇

进　阶　篇

巩　固　篇

数学决胜巅峰卷·巩固篇(一)
参考答案及解析

一、选择题

1. A　**解析**:因为集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$,集合 $B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$,所以 $A\cup B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$. 故选 A.

2. D　**解析**:要保证真数大于0,还要保证偶次根式的被开方数大于等于0,所以$\begin{cases}x-1>0,\\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant 0,\end{cases}$解得 $1<x\leqslant 2$.

3. C　**解析**:原不等式可化为 $x^2+x-2\leqslant 0$,对应方程的根为$-2,1$,因此解集为$\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$.

4. C　**解析**:$\boldsymbol{a}=\left(\frac{1}{3},-4\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\frac{1}{2},x\right)$,因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以$\frac{1}{3}x-(-4)\times\frac{1}{2}=0$,解得 $x=-6$. 故选 C.

5. C　**解析**:因为函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像过定点$(1,0)$,即当$x=1$ 时,$\log_a 1=0$,所以当 $x=1$ 时,$\log_a 1+1=1$,即函数 $y=\log_a x+1(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像恒过定点$(1,1)$. 故选 C.

6. C　**解析**:$\sin\theta=\frac{1}{3}$,$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,所以 $\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$,则 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$,故选 C.

7. D　**解析**:由题意可知,$a+b=\left(\frac{1}{3}-1\right)+\left(-\frac{1}{3}-1\right)=-2$.

8. A　**解析**:$f(5)=f[f(10)]=f\{f[f(15)]\}=f[f(18)]=f(21)=24$.

9. B　**解析**:根据余弦定理的推论可以得到 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+1)^2}{2\times 2\times\sqrt{2}}=\frac{2-2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}<0$,所以$\triangle ABC$ 是钝角三角形,故选 B.

10. B　**解析**:因为 $0<a<1$,所以指数函数 $y=a^x$ 为减函数,图像从左至右呈下降趋势,所以 A,C 错误;因为一次函数 $y=x+a$ 的 $k=1>0$,所以一次函数 $y=x+a$ 为增函数,图像从左至右呈上升趋势,所以 B 正确,D 错误. 故选 B.

二、填空题

11. 20　**解析**:$27^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2 3}\times\log_2\frac{1}{8}+\lg 4+2\lg 5=9-3\times(-3)+2=20$.

12. $\frac{3}{10}$　**解析**:身高低于 180 cm 的同学有 3 名,故所求概率为$\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$.

13. $2\sqrt{2}-2$　**解析**:已知直线 l:$x-y+4=0$ 与圆 C:$(x-1)^2+(y-1)^2=4$,圆心$(1,1)$到直线 l 的距离 $d=\frac{|1-1+4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$,则圆 C 上各点到直线 l 距离的最小值为 $d-r=2\sqrt{2}-2$.

三、解答题

14. **解**:(1) 因为 $S_n=n^2$,
所以 $a_1=S_1=1^2=1$.
当 $n\geqslant 2$ 时,
$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$,
当 $n=1$ 时,$2\times 1-1=1=a_1$.
所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n-1$,$n\in\mathbf{N}^*$.
(2)因为 $a_{25}=2\times 25-1=49$,
所以 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}=\frac{13\times(1+49)}{2}=325$.

15. (1)**证明**:因为 $AB\perp BC$,$AB\perp BD$,且 $BD\cap$

$BC=B$，

所以 $AB\perp$ 平面 BDC.

又因为 $CD\subset$ 平面 BDC，所以 $AB\perp CD$.

(2)**解**：在 $\mathrm{Rt}\triangle BDC$ 中，$BC=BD=1$.

所以 $S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot BC=\frac{1}{2}$.

所以 $V_{A\text{-}BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDC}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{6}$.

16. **解**：(1)易知 $a^2=3,b^2=2$，得 $a=\sqrt{3},c=1$，

所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2)联立得方程组 $\begin{cases}y=x+m,\\ \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$

化简得 $5x^2+4mx+2m^2-6=0$，

由 $\Delta=-24m^2+120>0$ 得 $-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\frac{4m}{5},x_1\cdot x_2=\frac{2m^2-6}{5}$，

于是 $|AB|=\sqrt{1+1^2}|x_1-x_2|$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{16m^2-20(2m^2-6)}}{5}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{5}\sqrt{5-m^2}$，

又原点 O 到直线 $y=x+m$ 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{2}}$，

所以 $S=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{5}\sqrt{5-m^2}\cdot\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{5}\cdot|m|\cdot\sqrt{5-m^2}=\frac{\sqrt{30m^2-6m^4}}{5}$.

数学决胜巅峰卷·巩固篇(二)
参考答案及解析

一、选择题

1. C

2. A　**解析**：由题意 $\begin{cases}x-3\neq 0,\\ x-2>0,\end{cases}$ 解得 $x>2$ 且 $x\neq 3$，故函数的定义域为 $\{x|x>2$ 且 $x\neq 3\}$. 故选 A.

3. C

4. A　**解析**：因为 E,F 分别是 AB,BC 的中点，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，所以 $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a},\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{b},\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$. 故选 A.

5. B　**解析**：$(x+1)^2+y^2=2$ 的圆心 C 的坐标为 $(-1,0)$，因为 $P(-2,1)$ 满足 $(-2+1)^2+1^2=2$，所以 $P(-2,1)$ 在圆 C：$(x+1)^2+y^2=2$ 上. 因为 $k_{PC}=\frac{0-1}{-1-(-2)}=-1$，所以切线的斜率 $k=1$，所以过点 $P(-2,1)$ 的切线方程为 $y-1=x-(-2)$，即 $x-y+3=0$. 故选 B.

6. A　**解析**：由题图可知，二次函数的图像与 x 轴的交点横坐标为 $-2,1$，当 $x\in(-2,1)$ 时，二次函数的图像在 x 轴上方，故不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $(-2,1)$. 故选 A.

7. B　**解析**：椭圆的焦点在 x 轴上，设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，由题意可得 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{3},\end{cases}$ 所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，故选 B.

8. D　**解析**：观察正方体可得，BD_1,A_1A 是异面直线，BD_1,A_1D 是异面直线，故排除 A，B；令 $AB=1$，体对角线 BD_1,A_1C 相交于点 O，可得 $BC=1,OB=OC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle BOC$ 为 BD_1,A_1C 的夹角，根据余弦定理的推论得

$\cos\angle BOC=\dfrac{OB^2+OC^2-BC^2}{2OB\cdot OC}$

$=\dfrac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{3}$，故 BD_1，A_1C 不垂直，C 错误. 故选 D.

9. A　**解析：**由已知 $a^2+b^2=c^2+ab\sin C$，又根据余弦定理可得 $a^2+b^2=c^2+2ab\cos C$，所以 $ab\sin C=2ab\cos C$，即 $\sin C=2\cos C$，$\tan C=2$. 又 $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}b$，根据正弦定理得到 $\sin A\sin B\cos C+\sin C\sin B\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin B$，化简得 $\sin A\cos C+\sin C\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\sin(A+C)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故 $\angle A+\angle C=45°$ 或 $135°$. 当 $\angle A+\angle C=45°$ 时，$\tan(A+C)=\dfrac{\tan A+\tan C}{1-\tan A\tan C}=\dfrac{\tan A+2}{1-2\tan A}=1$，解得 $\tan A=-\dfrac{1}{3}$（舍去）. 当 $\angle A+\angle C=135°$ 时，$\tan(A+C)=\dfrac{\tan A+2}{1-2\tan A}=-1$，解得 $\tan A=3$. 故选 A.

10. B　**解析：**根据表中数据知，平均成绩较高的是甲和乙，标准差较小的是乙和丁，由此知乙同学成绩较高，且发挥稳定，应选乙参加. 故选 B.

二、填空题

11. $\dfrac{4\pi}{3}$　**解析：**因直径为 2，故半径为 1，$V_{球}=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4\pi}{3}$.

12. $-\dfrac{1}{2}$　**解析：**因为 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，所以 $\sin^2\theta=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$. 因为 $\theta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$，所以 $\sin\theta=-\dfrac{1}{2}$.

13. 2 或 8　**解析：**因为点 M 到抛物线对称轴的距离是 4，所以点 M 的纵坐标为 ±4. 因为 M 在抛物线上，所以横坐标为 $\dfrac{8}{p}$，又因为点 M 到准线的距离为 5，即 $\dfrac{8}{p}+\dfrac{p}{2}=5$，解得 $p=2$ 或 $p=8$.

三、解答题

14. **解：**(1) 由题意可知 $a_n=4+(n-1)\times1=n+3$，所以 $a_n=n+3$.

数列 $\{a_n+b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_1+b_1=4-2=2$，

故 $a_n+b_n=2\times2^{n-1}=2^n$，

所以 $b_n=2^n-a_n=2^n-(n+3)=2^n-n-3$，

即 $b_n=2^n-n-3$.

(2) 由 (1) 可知 $b_n=2^n-n-3$，所以有

$T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$

$=(2-4)+(2^2-5)+(2^3-6)+\cdots+[2^n-(n+3)]$

$=(2+2^2+2^3+\cdots+2^n)-[4+5+6+\cdots+(n+3)]$

$=\dfrac{2\times(1-2^n)}{1-2}-\dfrac{(n+7)n}{2}$

$=2^{n+1}-\dfrac{n^2}{2}-\dfrac{7n}{2}-2$.

15. **解：**(1) 由于是有放回地摸球两次，所以每次摸球都有 5 种选择，故摸球两次，所有可能的取法有 $5\times5=25$（种），

第一次摸到白球的取法有 $3\times5=15$（种），

所以第一次摸到白球的概率为 $P=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$.

(2) 两次都摸到白球的所有可能取法有 $3\times3=9$（种），

所以两次都摸到白球的概率为 $P=\dfrac{9}{25}$.

16. **解：**(1) 因为椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$，所以 $c=1$，即左焦点为 $F(-1,0)$. 因为双曲线左顶点与椭圆的左焦点重合，所以 $a=1$. 又因为双

曲线过点 P，所以可得 $b^2=1$，故双曲线的标准方程为 $x^2-y^2=1$.

(2)易知直线 l 的斜率存在.设直线 l：$y=k(x+1)$，联立得方程组 $\begin{cases} y=k(x+1), \\ \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1, \end{cases}$ 整理化简可得 $(4+5k^2)x^2+10k^2x+5k^2-20=0$，由根与系数的关系可知，$x_1+x_2=-\dfrac{10k^2}{4+5k^2}$. 因为 M,N 在直线 l 上，所以 $y_1+y_2=k(x_1+1)+k(x_2+1)$，即 $y_1+y_2=-\dfrac{10k^3}{4+5k^2}+2k=\dfrac{8k}{4+5k^2}$.

所以线段 MN 的中点为 $\left(-\dfrac{5k^2}{4+5k^2},\dfrac{4k}{4+5k^2}\right)$.

由双曲线的方程可知，渐近线方程为 $y=\pm x$，因为 MN 的中点在渐近线上，所以分为两种情况：

①当线段 MN 的中点在 $y=x$ 上时，可知 $-\dfrac{5k^2}{4+5k^2}=\dfrac{4k}{4+5k^2}$，即 $k=0$ 或 $k=-\dfrac{4}{5}$；

②当线段 MN 的中点在 $y=-x$ 上时，可知 $\dfrac{5k^2}{4+5k^2}=\dfrac{4k}{4+5k^2}$，即 $k=0$ 或 $k=\dfrac{4}{5}$.

综上所述，直线方程为 $y=0$，或 $y=\pm\dfrac{4}{5}(x+1)$. 化为一般式，即 $y=0$ 或 $4x\pm 5y+4=0$.

数学决胜巅峰卷·巩固篇(三)
参考答案及解析

一、选择题

1. B **解析：**因为 $M=\{x|x>5\}$，$N=\{3,4,5,6,7,8\}$，所以 $M\cap N=\{x|x>5\}\cap\{3,4,5,6,7,8\}=\{6,7,8\}$. 故选 B.

2. D **解析：**要使函数有意义，须满足 $\begin{cases} 3-x\geqslant 0, \\ x+1>0, \end{cases}$ 解得 $x\in(-1,3]$. 故选 D.

3. B **解析：**$f(4)=f(2\times 2)=\log_2(2-1)+2^{2-2}=0+1=1$. 故选 B.

4. C **解析：**因为点 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点，所以 $\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. 又因为在 $\triangle ABC$ 中有 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，所以 $\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，又因为在 $\triangle ABD$ 中有 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$，所以 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$. 故选 C.

5. C **解析：**根据指数函数的性质可得 A 中底数大于 1，函数 $y=3^x$ 是增函数，所以 $3^y>3^x$；同理 D 中 $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x>\left(\dfrac{1}{4}\right)^y$；B 中根据对数运算法则和对数函数的性质可得 $\log_x 3>\log_y 3$. 故选 C.

6. A **解析：**在 $\triangle ABC$ 中，$\sin B=2\sin A\cos C$，$\sin B=\sin[\pi-(A+C)]=\sin(A+C)$，故 $\sin(A+C)=2\sin A\cos C$，即 $\sin A\cos C+\cos A\sin C=2\sin A\cos C$，故 $\cos A\sin C-\sin A\cos C=0$，即 $\sin(A-C)=0$，则 $\angle A=\angle C$，故 $\triangle ABC$ 一定是等腰三角形. 故选 A.

7. C **解析：**因为 $3,2,x,4$ 的平均数为 3，可得 $x=3$，所以 $s^2=\dfrac{1}{3}\times(0+1+0+1)=\dfrac{2}{3}$，所以标准差为 $s=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. 故选 C.

8. D **解析：**因为倾斜角 $\alpha\in[0,\pi)$，且 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，所以 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\pm\dfrac{3}{5}$，则该直线的斜率 $k=\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\pm\dfrac{4}{3}$. 故选 D.

9. B **解析：**当 $a\neq 0$ 时，函数 $f(x)$ 图像的对称轴为 $x=-\dfrac{a-1}{a}$，因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,4]$ 上为减函数，所以图像开口朝上，$a>0$ 且 $-\dfrac{a-1}{a}\geqslant$

所以 $a=2$.

所以 $a=\frac{1}{4}$或$a=2$.

(2)因为 $g(x)=\log_2(x^2-3x+2a)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$,

即 $x^2-3x+2a>0$ 恒成立,

所以方程 $x^2-3x+2a=0$ 的判别式 $\Delta<0$,

即$(-3)^2-4\times 2a<0$,

解得 $a>\frac{9}{8}$,

又因为$a=\frac{1}{4}$或 $a=2$,

所以 $a=2$.

代入不等式得$\log_2(1-2t)\leqslant 1$,

即 $0<1-2t\leqslant 2$,

解得$-\frac{1}{2}\leqslant t<\frac{1}{2}$,

所以实数 t 的取值范围是$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

15. **解:**(1)根据题意可列方程组

$\begin{cases}a_1+a_2+a_3=3a_2=9,\\a_1\cdot a_2=6,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a_1=2,\\a_2=3,\end{cases}$

则等差数列$\{a_n\}$的公差为 $d=a_2-a_1=1$,

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(2)由题意可知 $b_n=\frac{3^{n+1}}{6^{n+1}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$,

则$b_1=\frac{1}{4}$,$q=\frac{1}{2}$,

所以数列$\{b_n\}$是首项为$\frac{1}{4}$,公比为$\frac{1}{2}$的等比数列.

根据等比数列的前 n 项和公式可得,

数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$.

16. **解:**(1)设椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$,

$c^2=a^2-b^2$.

因为椭圆和双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$有共同的左、右焦点 F_1,F_2,

所以 $c^2=4+5=9$,解得 $c=3$.

又因为椭圆的离心率为$\frac{3}{5}$,

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$,解得 $a=5$.

由 $b^2=a^2-c^2$,得 $b^2=5^2-3^2=16$,

所以椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

(2)在双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 中,$|F_1F_2|=2\times\sqrt{4+5}=2\times 3=6$.

设$|PF_1|=n$,$|PF_2|=m$.

因为点 P 是椭圆与双曲线左支的交点,

所以$\begin{cases}m+n=10,\\m-n=4,\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=7,\\n=3.\end{cases}$

在$\triangle F_1PF_2$ 中,由余弦定理的推论得

$\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_2|^2+|PF_1|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_2|\cdot|PF_1|}$

$=\frac{7^2+3^2-6^2}{2\times 7\times 3}$

$=\frac{11}{21}$.

进　阶　篇

数学决胜巅峰卷·进阶篇(一)
参考答案及解析

一、选择题

1. C　**解析:**依题意,$\complement_U B=\{2,3\}$,故 $A\cup(\complement_U B)=\{1,3\}\cup\{2,3\}=\{1,2,3\}$. 故选 C.

2. C　**解析:**函数 $f(x)=\sqrt{1-\lg x}$ 要有意义，则 $1-\lg x\geqslant 0$，所以 $\lg x\leqslant 1=\lg 10$，所以$\begin{cases}x\leqslant 10,\\x>0,\end{cases}$即 $0<x\leqslant 10$，函数的定义域为 $(0,10]$. 故选 C.

3. D　**解析:**因为 $a<b<0$，由不等式的性质可知 $a^2>b^2$，所以选项 A 错误；若 $a\geqslant c$，由不等式的可加性可知 $a+b\geqslant b+c$，所以选项 B 错误；$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，所以选项 C 错误；$|a|>|b|>0\Rightarrow\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$，所以选项 D 正确. 故选 D.

4. A　**解析:**根据函数的奇偶性可知 $y=\sin x$ 在其定义域内为奇函数. 故选 A.

5. D　**解析:**$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\right]$，所以要得到 $y=\sin 2x$ 的图像，需要将 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右移动$\frac{\pi}{12}$个单位. 故选 D.

6. A　**解析:**由 $x>1$ 可以得到 $x^2>1$，而由 $x^2>1$ 不一定得到 $x>1$，还可能得到 $x<-1$. 故选 A.

7. A　**解析:**因为 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,4)$，所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 故选 A.

8. A　**解析:**由$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 得右焦点 $F(4,0)$. 又 $\alpha=45^\circ$，则 $k=\tan 45^\circ=1$，利用直线方程的点斜式 $y-y_0=k(x-x_0)$，得 $x-y-4=0$. 故选 A.

9. C　**解析:**根据分层抽样的定义知，抽取不到 35 岁的有 $20\times\frac{45}{100}=9$(人)；抽取 35 岁到 49 岁的有 $20\times\frac{25}{100}=5$(人)；抽取 50 岁及以上的有$20\times\frac{30}{100}=6$(人). 故选 C.

10. B　**解析:**由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=3^2+4^2-2\times3\times4\cdot\cos 60^\circ=13$，解得 $b=\sqrt{13}$. 根据正弦定理得$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，可得 $\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

二、填空题

11. $\frac{7}{25}$　**解析:** $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{7}{25}$.

12. $\frac{1}{9}$　**解析:**$n=6\times6=36$，点数之和为 5 的组合为$(1,4)$，$(2,3)$，$(3,2)$，$(4,1)$，故P(点数和为 5)$=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

13. $\{x|x>4$ 或 $x<-1\}$　**解析:** 因为 $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)>0$，所以 $x>4$ 或 $x<-1$.

三、解答题

14. **解:**(1)$a_n=2^{n-1}+2a_{n-1}(n\geqslant 2)$两边同除以 2^n，可转化为$\frac{a_n}{2^n}-\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}=\frac{1}{2}$，

所以$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是首项为$\frac{1}{2}$，公差为$\frac{1}{2}$的等差数列.

所以$\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(n-1)=\frac{n}{2}$，

所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

(2)$S_n=1\times2^0+2\times2^1+3\times2^2+\cdots+n\cdot 2^{n-1}$，①

则 $2S_n=1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+n\cdot 2^n$，②

②−①可得 $S_n=n\cdot 2^n-2^n+1$.

15. (1)**证明:**因为 $AA_1\perp$平面 ABC，$BD\subset$平面 ABC，所以 $AA_1\perp BD$.

又因为 $BA=BC$，D 为 AC 的中点，

所以 $AC\perp BD$.

因为 $AC\cap AA_1=A$,

所以 $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1.

(2)**解**:连接 A_1D,则 $BD\perp A_1D$,根据题意可知$\angle BA_1D$ 为直线 BA_1 与平面 ACC_1A_1 所成的角,所以$\angle BA_1D=30°$. 因为 $AB=BC=1$,$\angle ABC=90°$,所以$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,所以 $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 又因为 $BD\perp A_1D$,$\angle BA_1D=30°$,所以 $A_1B=\sqrt{2}$.

因为 $AA_1\perp$ 平面 ABC,在 $\mathrm{Rt}\triangle BAA_1$ 中,$AA_1=\sqrt{A_1B^2-AB^2}=1$.

故 $V_{ABC-A_1B_1C_1}=S_{\triangle ABC}\cdot AA_1=\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{2}$.

16. **解**:(1)因为 $|PF_1|-|PF_2|$

$=\sqrt{(3+2)^2+(\sqrt{7}-0)^2}-\sqrt{(3-2)^2+(\sqrt{7}-0)^2}=2\sqrt{2}=2a$,

所以可得 $a=\sqrt{2}$,$b^2=c^2-a^2=2$,

所以双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$.

(2)由题意得,直线 l 的斜率显然存在,可设直线方程为 $y=kx+2$,

联立$\begin{cases}y=kx+2,\\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$得 $(1-k^2)x^2-4kx-6=0$,

则 $1-k^2\neq0$,$\Delta=16k^2+24(1-k^2)>0$,即 $k^2<3$ 且 $k^2\neq1$,

设 $E(x_1,y_1)$,$F(x_2,y_2)$,

则 $x_1+x_2=\frac{4k}{1-k^2}$,$x_1x_2=\frac{-6}{1-k^2}$,

$S_{\triangle OEF}=|S_{\triangle OQF}-S_{\triangle OQE}|$

$=\frac{1}{2}|OQ||x_1-x_2|$

$=|x_1-x_2|$

$=2\sqrt{2}$,

即 $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=8$,

$\left(\frac{4k}{1-k^2}\right)^2+\frac{24}{1-k^2}=8$,解得 $k=\pm\sqrt{2}$,

所以直线方程为 $y=\sqrt{2}x+2$ 或 $y=-\sqrt{2}x+2$.

数学决胜巅峰卷·进阶篇(二)参考答案及解析

一、选择题

1. C　**解析**:因为 $B=\{x|x^2-4=0\}=\{-2,2\}$,所以 $A\cap B=\{-2,2\}$. 故选 C.
2. B　**解析**:要使函数 $y=\lg(x^2-1)$有意义,则其真数需大于零,即 $x^2-1>0$,解得 $x<-1$ 或 $x>1$. 故选 B.
3. D　**解析**:$\sqrt{4}=2$;$\sqrt{(-3)^2}=|-3|=3$;$\lg(m\div n)=\frac{\lg m}{\lg n}$,对数没有此运算法则;$\log_2 6-\log_2 3=\log_2\frac{6}{3}=\log_2 2=1$. 故选 D.
4. D
5. B　**解析**:由$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$ 两边平方得$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=4$,即$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=4$,得$\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4$,即 $4-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+21=4$,解得 $2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=21$,所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4+21+21=46$,即$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{46}$. 故选 B.
6. A　**解析**:因为 $A(-4,3)$,所以 $r=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$. 所以 $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{3}{5}$,$\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{4}{5}$. 所以 $\sin(\pi-2\theta)=\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{3}{5}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$. 故选 A.
7. A　**解析**:由 $x^2+y^2+2x=4$,得$(x+1)^2+y^2=5$,根据圆的标准方程知圆心坐标为$(-1,0)$,半径为$\sqrt{5}$. 故选 A.
8. A　**解析**:方法一:$f(x)=x^2-2x+1-1+$

$b=(x-1)^2+b-1$,结合二次函数的图像知 $f(1)<f(0)<f(4)$.

方法二:由 $f(1)=b-1$,$f(0)=b$,$f(4)=b+8$,知 $f(1)<f(0)<f(4)$.故选 A.

9. A **解析:**因为数列$\{a_n\}$是等比数列,所以 $a_1\cdot a_5=a_3^2$,又 a_1,a_5 是方程 $x^2-17x+16=0$ 的两根,由根与系数的关系得 $a_1+a_5=17$,$a_1\cdot a_5=16$,故 $a_1>0$ 且 $a_5>0$,由等比数列的通项公式知等比数列中奇数项符号相同,故$a_3=\sqrt{16}=4$.故选 A.

10. A **解析:**在椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 中,得 $6-2=4=2^2$,所以右焦点为$(2,0)$.因为椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 的右焦点与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2}=1$ 的右焦点重合,故双曲线的右焦点为$(2,0)$,所以在双曲线中得 $4=a^2+2$,解得$a=\pm\sqrt{2}$.故选 A.

二、填空题

11. 0.3 **解析:**1~20 这 20 个自然数中是 3 的倍数的数有 6 个:3,6,9,12,15,18,所以从 1~20 这 20 个自然数中任取一个数是 3 的倍数的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0.3$.

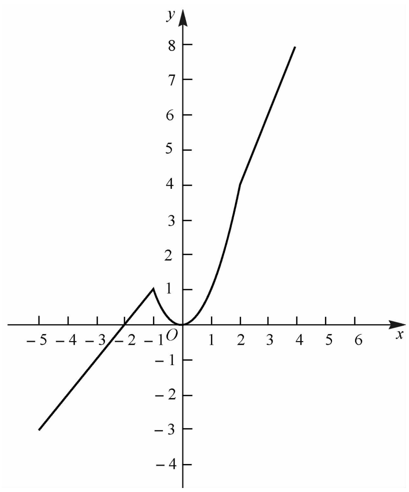
12. $\frac{3}{4}$ **解析:**由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,得 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{10\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{20}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,所以 $\cos 2B=1-2\sin^2 B=1-2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{3}{4}$.

13. $2n-1$ **解析:**由 $a_{n+1}=a_n+2$,得 $a_{n+1}-a_n=2$(常数),由 $a_2=3$,得 $a_1=1$,所以$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times 2=2n-1$.

三、解答题

14. **解:**(1)因为 $f(x)=\begin{cases}x+2,x\leqslant -1,\\ x^2,-1<x<2,\\ 2x,x\geqslant 2,\end{cases}$

所以函数的图像如图所示:



(2)若 $f(a)<3$,

则当 $a\leqslant -1$ 时,$f(a)=a+2<3$,解得 $a<1$,即$a\leqslant -1$;

当$-1<a<2$ 时,$f(a)=a^2<3$,

解得$-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$,即$-1<a<\sqrt{3}$;

当 $a\geqslant 2$ 时,$f(a)=2a<3$,解得 $a<\frac{3}{2}$,此时无解.

综上,a 的取值范围为$(-\infty,\sqrt{3})$.

15. (1)**证明:**因为 M 是下底面圆周上不与点 A,B 重合的点,所以 A,M,B 在一个平面上.

又因为四边形 $ABCD$ 是圆柱的轴截面,所以边 AB 过圆心,$DA\perp$平面 AMB,$DA\perp BM$,根据定理以直径为斜边的三角形为直角三角形,所以 $AM\perp BM$.

因为 $DA,AM\subset$平面 DAM,且 $DA\cap AM=A$,所以 $BM\perp$平面 DAM.

又因为 $BM\subset$平面 DMB,

所以平面 $DMB\perp$平面 DAM.

(2)**解:**设底面圆的半径为 x,圆柱的高为 h,

又因为$\triangle AMB$ 是等腰直角三角形,

所以两条直角边长为$\sqrt{2}x$,

所以 $S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}(\sqrt{2}x)^2=x^2$，所以 $V_{D\text{-}AMB}=\frac{1}{3}S_{\triangle AMB}h=\frac{x^2h}{3}$，$V_{圆柱}=S\cdot h=x^2\pi h$，

所以 $\frac{V_{圆柱}}{V_{D\text{-}AMB}}=\frac{x^2\pi h}{\frac{x^2h}{3}}=3\pi$.

16. **解**：(1)设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 AB 的方程为 $y=x+b$，

联立 $\begin{cases}y=x+b,\\y^2=8x,\end{cases}$

得 $x^2+(2b-8)x+b^2=0$，

所以 $\begin{cases}x_1+x_2=8-2b,\\x_1x_2=b^2.\end{cases}$

由 $OA\perp OB$，得 $k_{OA}\cdot k_{OB}=-1$，

得 $\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-1$，

即 $\frac{(x_1+b)(x_2+b)}{x_1x_2}=-1$，

$\frac{b^2+b(8-2b)+b^2}{b^2}=-1$，

解得 $b=-8$ 或 $b=0$(舍去)，

故直线 l 的方程为 $y=x-8$.

(2)由(1)得 $\begin{cases}x_1+x_2=24,\\x_1x_2=64,\end{cases}$

$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1-x_2)^2}$

$=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{24^2-4\times 64}$

$=8\sqrt{10}$，

点 $F(2,0)$ 到直线 AB 的距离为 $d=\frac{|2-0-8|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，

所以 $S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{10}\times 3\sqrt{2}=24\sqrt{5}$.

数学决胜巅峰卷·进阶篇(三)
参考答案及解析

一、选择题

1. D　**解析**：$M=\{-3,-2,-1,1,2,3\}$，$N=\{x|x<2\}$，$M\cap N=\{-3,-2,-1,1\}$. 故选 D.

2. C　**解析**：$\cos(-390^\circ)=\cos 390^\circ=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故选 C.

3. B　**解析**：A. $(a^2)^{\frac{1}{2}}=|a|$；B. $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$；C. $\lg 2+\lg 5=\lg 10=1$；D. $\log_2 8=3$. 故选 B.

4. D　**解析**：$|2x-1|>1\Rightarrow 2x-1<-1$ 或 $2x-1>1\Rightarrow x<0$ 或 $x>1$. 故选 D.

5. C　**解析**：$\begin{cases}2-x>0,\\x+1\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<2,\\x\neq -1\end{cases}\Rightarrow x<2$ 且 $x\neq -1$. 故选 C.

6. A　**解析**：根据反比例函数、二次函数、对数函数、绝对值函数的图像和性质，易得结论. 故选 A.

7. B　**解析**：$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{x}{-1}\Rightarrow x=-\frac{3}{2}$. 故选 B.

8. B　**解析**：因为准线方程为 $y=-2$，所以抛物线的标准方程是 $x^2=8y$. 故选 B.

9. C

10. B　**解析**：若 a,b,c 成等比数列，则 $b^2=ac$，且 $c=2a$，则 $b^2=2a^2$，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+4a^2-2a^2}{4a^2}=\frac{3}{4}$. 故选 B.

二、填空题

11. $-\frac{4}{5}$　**解析**：由 $\tan(\pi-\alpha)=2$ 得 $\tan\alpha=$